Orgaan van de
Nederlandse Vereniging
van Wiskundeleraren

EUCLIDES

Vakblad voor de wiskundeleraar

jaargang 71
1995-1996 juni
8

Jacob de Gelder
en de didactiek
van de wiskunde

In memoriam
Jan Breeman

Aankondiging
jaarvergadering/
studiedag 1996

MTO-Platform

EUCLIDES

Redactie

Dr. A.G. van Asch
Drs. R. Bosch
Drs. J.H. de Geus
Drs. C.P. Hoogland *hoofdred.*
J. Koekkoek
Ir. W.J.M. Laaper *secretaris*
N.T. Lakeman
W. Schaafsma
Ir. V.E. Schmidt *penningmeester*
Mw. Y. Schuringa-Schogt *eindred.*
Mw. drs. A. Verweij
A. van der Wal
Drs. G. Zwaneveld *voorzitter*

Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Het blad verschijnt 8 maal per cursusjaar.

Artikelen/mededelingen

Artikelen en mededelingen worden in drievoud ingewacht bij
Kees Hoogland,
Gen. Cronjéstraat 79 rood,
2021 JC Haarlem.
Voor meer informatie:
zie ‘Richtlijnen voor auteurs’ op bladzijde 274. De auteur van een geplaatst artikel ontvangt kosteloos 2 exemplaren van het nummer waarin het artikel is opgenomen.

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Voorzitter
dr. J. van Lint, Spiekerbrink 25,
8034 RA Zwolle, tel. 038-4539985.
Secretaris
R.J. Bloem, Kornoelje 37,
3831 WJ Leusden.
Ledenadministratie
Mw. N. van Bemmel-Hendriks,
De Schalm 19, 8251 LB Dronten,
tel. 0321-312543.
Gironummer voor contributie:
143917 t.n.v. Ned. Vereniging van Wiskundeleraren te Amsterdam.
De contributie bedraagt *f* 65,00 per verenigingsjaar; voor studentleden en Belgische leden die ook lid zijn van de VVWL *f* 47,50; contributie zonder Euclides *f* 40,00.
Opgave van nieuwe leden aan de ledenadministratie.
Opzeggingen vóór 1 juli.

Abonnementen niet-leden

Abonnementsprijs voor niet-leden *f* 71,00. Een collectief abonnement (6 exemplaren of meer) kost per abonnement *f* 48,00. Opgave bij de ledenadministratie (zie boven).
Abonnees wordt dringend verzocht te wachten met betalen tot zij een acceptgiro hebben ontvangen.
Abonnementen gelden telkens vanaf het eerstvolgend nummer.
Reeds verschenen nummers zijn op aanvraag leverbaar.
Annuleringen dienen vóór 1 juli te worden doorgegeven aan de ledenadministratie.
Losse nummers *f* 12,50.

Advertenties

Advertenties sturen naar:
C. Hoogsteder, Prins Mauritshof 4,
7061 WR Terborg; tel. 0315-324337
of naar:
L. Bozuwa, Merwekade 90, 3311 TH Dordrecht; tel. 078-6145522.

Inhoud

70

70 ster-piramide-getal

Ik moet beginnen met te melden dat er achthoeksgetallen zijn. Deze vindt u met de formule $N*(3N-2)$.
Door deze getallen met punten weer te geven kunt u er een ster van maken i.p.v. een regelmatige achthoek. Hierom heten ze ook wel ster- of stervormige getallen. Door nu opeenvolgende stergetallen bij elkaar op te tellen krijgt u een sterpiramidegetal. Deze getallen zijn weer te geven door knikkers in de vorm van sterren laag voor laag op elkaar te stapelen. De eerste stergetallen zijn 1; 8; 21 en 40. Door deze vier bij elkaar op te tellen komt het getal 70 als vierde ster-piramidegetal te voorschijn. Dit optellen is eigenlijk stapelen, te beginnen met de onderste laag van 40 knikkers, daar bovenop komen 21, hier weer op komen 8, met als top 1.
Maar je kunt ook beginnen met een soort rechthoek. En hierbij hangt het af van met welk formaat rechthoek je begint. Begin je met 2 naast elkaar dan heb je twee rijen van 3 naast elkaar nodig om die eerste 2 op te leggen. Voor deze 2 lagen heb je weer 3 rijen van 4 nodig. Dit geheel komt dan te rusten op 4 rijen van vijf, wat 70 als rechthoekig piramidegetal van het soort 2 oplevert. Begin je met een rij van vijf tegen elkaar aan dan heb je met vier lagen al 70 met in de onderste laag 4 rijen van zeven knikkers. Tot de 75ste verjaardag van Euclides hebt u de tijd om Gulliver's Reizen te lezen want daar komt 70 voor in de *Lagado*-getallen gevormd door de reeks 1; 4; 7; 10; 13, enz.

Sjoerd Schaafsma

Jacob de Gelder (1765-1848) en de didactiek van de wiskunde

Danny Beckers

1. Inleiding

Ik was steeds overtuigd, dat < … > men, < … > zou moeten toegeven, dat het onderwijs en de beoefening der wetenschappen, voornamelijk die der wiskunde, in Nederland op verre na niet die betere rigting, die betere uitkomsten zouden hebben erlangd, op verre na niet zo zeer bevorderd zouden zijn geworden, indien hij niet onvermoeid gewerkt, niet rusteloos gepoogd hadde om te vervormen, te verbeteren, om de wetenschap meer toegankelijk te maken en te verbreiden. Daardoor dan heeft hij zich hoogst verdienstelijk gemaakt en de wetenschap aan zich verpligt.[1]

Deze woorden zijn afkomstig uit de biografie die Gideon Jan Verdam (*1802-†1866) in 1848 schreef van zijn vriend en leraar Jacob de Gelder. Uit de toon van deze biografie is men snel geneigd deze woorden af te doen als een romantische overdrijving: een stijl die in deze periode vaak werd gebruikt. Toch heeft De Gelder daadwerkelijk veel gedaan voor het onderwijs in zijn tijd. Hij was de eerste Nederlandse wiskundige die zijn didactische overtuigingen expliciet koppelde aan een leerprogramma. Dit leerprogramma was enige tijd populair: het werd in 1826 van staatswege gepropageerd, en tot 1860 werd het bijvoorbeeld enthousiast gebruikt door de Groningse wiskundeleraar J. Pantekoek[2]. De Gelder was in zijn tijd een zeer gewaardeerde wiskundige en werd geroemd als didacticus[3]. In dit artikel zal ik zijn didactische ideeën aan een beschouwing onderwerpen en daarbij laten zien dat De Gelders ideeën nu in zekere zin weer actueel zijn.

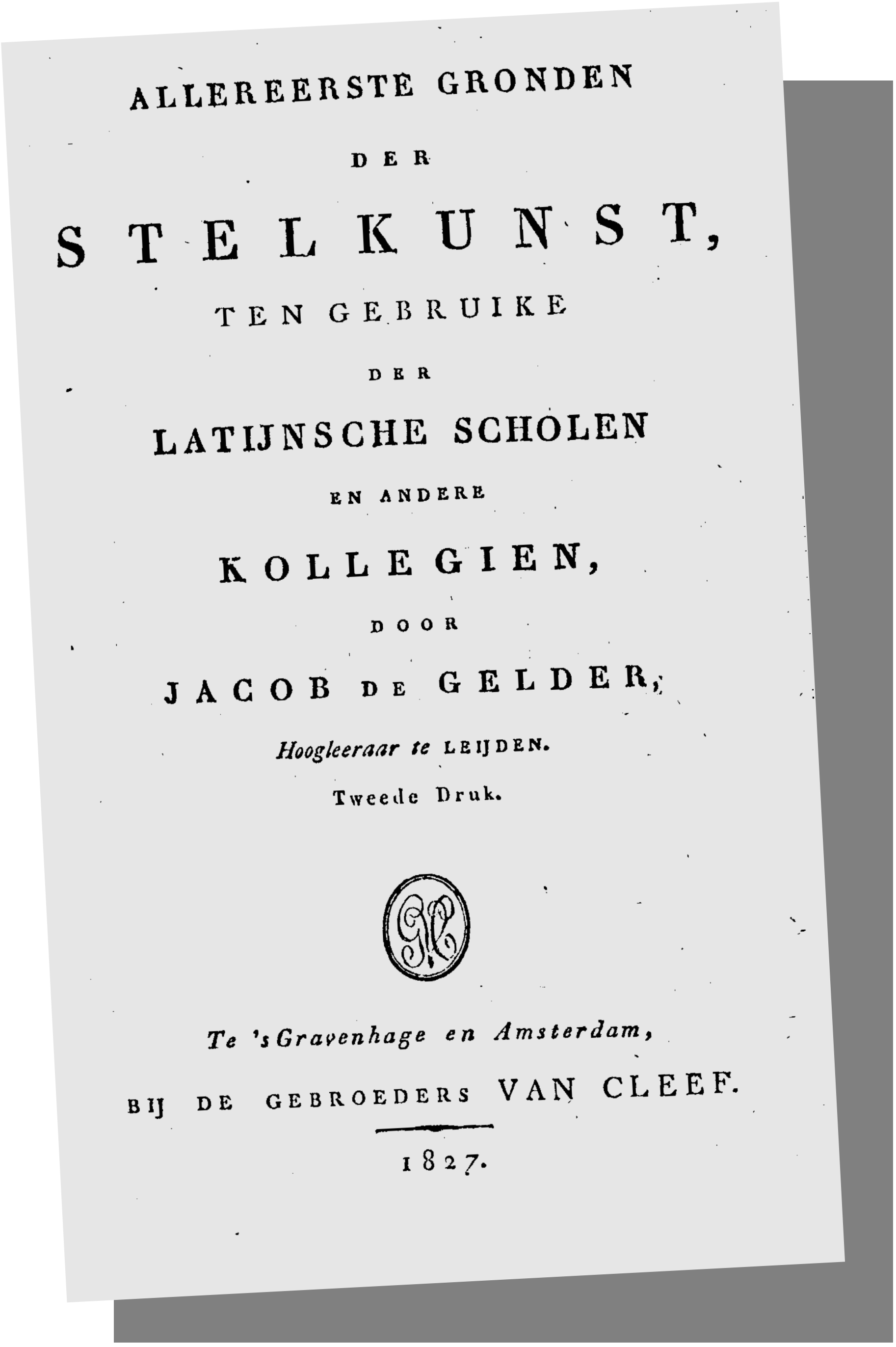
2. Biografische schets [4]

Jacob de Gelder was in de jaren tachtig van de achttiende eeuw een kostschool begonnen waarin hij onder andere onderwijs verzorgde in de wiskunde. Vanwege zijn afkomst – zijn ouders kwamen uit de sociale middenklasse – was hij niet in staat geweest aan de Latijnse school te studeren en dus was het voor hem onmogelijk een universitaire studie te beginnen. Hij interesseerde zich zeer voor de wiskunde, en behalve dat hij dit vak doceerde, bleef hij er zich ook verder in ontwikkelen. Tegen het einde van de achttiende eeuw, nam hij zich zelfs voor om een overzichtswerk over de wiskunde te gaan schrijven.
In 1795 ging zijn school failliet. Mede dank zij zijn vriendschap met

Foto: Gemeentelijke Archiefdienst Delft

Jacob de Gelder

de Amsterdamse hoogleraar Jan Hendrik van Swinden (*1746-†1823) slaagde De Gelder er niet alleen in financiëel het hoofd boven water te houden, maar bouwde hij zelfs enige naamsbekendheid op. Zodoende werd hij in 1815 aangesteld als professor in de wiskunde aan de nieuwe Militaire Academie in Delft. Na een paar jaar kwam hij daar in conflict met zijn superieur Johannes H. Voet (*1758-†1832).


ALLEREERSTE GRONDEN

DER

STELKUNST,

TEN GEBRUIKE

DER

LATIJNSCHE SCHOLEN

EN ANDERE

KOLLEGIEN,

DOOR

JACOB DE GELDER,

Hoogleeraar te LEIJDEN.

Tweede Druk.

Te 's Gravenhage en Amsterdam,

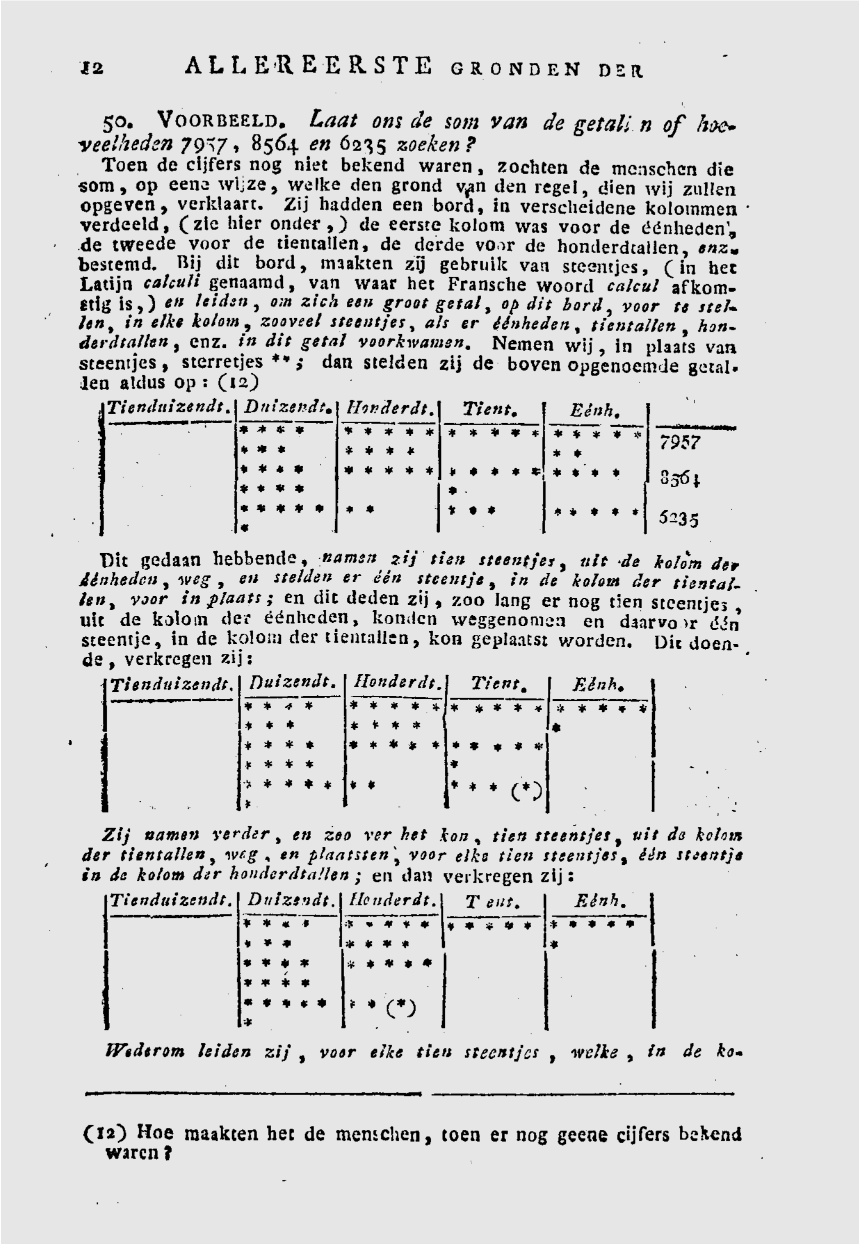
BIJ DE GEBROEDERS VAN CLEEF.

1827.

Deze vond dat De Gelder te veel aandacht schonk aan het wiskundig inzicht, en te weinig rekening hield met de praktijk.
Zijn ontslag van de Militaire Academie in 1819 deed zijn carrière geen kwaad: nog in datzelfde jaar werd hij als buitengewoon hoogleraar in de wiskunde aan de Leidse universiteit aangesteld en ontving hij de doctorstitel. In zijn positie van buitengewoon hoogleraar maakte hij zich in de jaren 1821-1823 sterk voor het wiskunde-onderwijs aan de Latijnse School te Leiden. In 1824 werd hij tot gewoon hoogleraar benoemd; die post zou hij tot 1840 blijven bekleden.
In 1848 overleed Jacob de Gelder in zijn woonplaats Leiden. Ook nadat hij ten grave was gedragen bleven velen hun waardering voor De Gelder openlijk uitspreken.

3. Het doel van De Gelders onderwijs

De Gelder stond in zijn onderwijs een zeer specifiek doel voor ogen: hij was de mening toegedaan dat leerlingen moesten leren redeneren. Hij erkende ook een praktische kant aan het vak dat hij doceerde, maar de praktijk kwam voor hem zeker niet op de eerste plaats. Leren redeneren als een doel voor het wiskunde-onderwijs vond hij veel belangrijker en hij had daarvoor een drietal redenen.
Ten eerste was hij ervan overtuigd dat het gezonde verstand, gesteund door een wiskundige opleiding, de mensheid werkelijk zou Verlichten. De Verlichtingsidealen waren zijns inziens door verkeerde denkwijzen ontspoord en hadden zo tot de Franse revolutie geleid. Wanneer men op basis van een *gezonde philosophie* redeneerde, dan zou dat niet gebeuren[5]. Deze gezonde philosofie kon men door middel van de wiskunde leren; sterker nog: zij werd door de wiskunde bepaald. Wiskunde was dus het aangewezen middel om de wereld te verbeteren.
Ten tweede meende De Gelder dat de achterstand die Nederland ten opzichte van Engeland en Duitsland had opgelopen in de industrie en handel te wijten was aan onvoldoende inzicht van ingenieurs en leidinggevenden in de problemen waarmee zij geconfronteerd werden. Ook dit probleem kon volgens



12 ALLEREERSTE GRONDEN DER

50. VOORBEELD. *Laat ons de som van de getalen of hoeveelheden 7957, 8564 en 6235 zoeken?*

Toen de cijfers nog niet bekend waren, zochten de menschen die som, op eene wijze, welke den grond van den regel, dien wij zullen opgeven, verklaart. Zij hadden een bord, in verscheidene kolommen verdeeld, (zie hier onder,) de eerste kolom was voor de éénheden, de tweede voor de tientallen, de derde voor de honderdtallen, *enz.* bestemd. Bij dit bord, maakten zij gebruik van steentjes, (in het Latijn *calculi* genaamd, van waar het Fransche woord *calcul* afkomstig is,) *en leiden, om zich een groot getal, op dit bord, voor te stellen, in elke kolom, zooveel steentjes, als er éénheden, tientallen, honderdtallen*, enz. *in dit getal voorkwamen.* Nemen wij, in plaats van steentjes, sterretjes **; dan stelden zij de boven opgenoemde getallen aldus op: (12)

Tienduizendt.	Duizendt.	Honderdt.	Tient.	Eénh.	
	* * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *	7957
	* * *	* * * *		* *	
	* * * *	* * * * *	* * * * *	* * * *	8564
	* * * *		*		
	* * * * *	* *	* * *	* * * * *	6235
	*				

Dit gedaan hebbende, *namen zij tien steentjes, uit de kolom der éénheden, weg, en stelden er één steentje, in de kolom der tientallen, voor in plaats;* en dit deden zij, zoo lang er nog tien steentjes, uit de kolom der éénheden, konden weggenomen en daarvoor één steentje, in de kolom der tientallen, kon geplaatst worden. Dit doende, verkregen zij:

Tienduizendt.	Duizendt.	Honderdt.	Tient.	Eénh.
	* * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *
	* * *	* * * *		*
	* * * *	* * * * *	* * * * *	
	* * * *		*	
	* * * * *	* *	* * * (*)	
	*			

Zij namen verder, en zoo ver het kon, tien steentjes, uit de kolom der tientallen, weg, en plaatsten, voor elke tien steentjes, één steentje in de kolom der honderdtallen; en dan verkregen zij:

Tienduizendt.	Duizendt.	Honderdt.	Tient.	Eénh.
	* * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *
	* * *	* * * *		*
	* * * *	* * * * *		
	* * * *			
	* * * * *	* * (*)		
	*			

Wederom leiden zij, voor elke tien steentjes, welke, in de ko-

(12) Hoe maakten het de menschen, toen er nog geene cijfers bekend waren?

De Gelder verholpen worden door meer en beter wiskunde-onderwijs[6]. Ten derde kwam volgens De Gelder de wiskunde veel beter tot zijn recht wanneer men haar begreep: hij was ervan overtuigd dat kennis regelmatig gerepeteerd moest worden om niet verloren te gaan. Alleen wanneer men iets ècht begreep, dan ging dat niet verloren. Redeneringen kon men steeds weer reconstrueren en zodoende kon men *ware kennis* verder uitbouwen, en nooit echt kwijtraken. Leren redeneren was voor De Gelder het belangrijkste doel van het wiskunde-onderwijs.

4. Leren redeneren

De nadruk op dat leren redeneren an sich was niet zo heel nieuw: ook in de achttiende eeuw stak reeds menig wiskundige op deze wijze de loftrompet over zijn vak. Maar toen beschouwde men wiskunde als een mooi voorbeeld van logisch redeneren: dat verdiende navolging, en door het goed te bestuderen kon men de les die uit de wiskunde te leren was in andere vakgebieden implementeren. De Gelder beschouwde wiskunde niet alleen als een mooi voorbeeld dat navolging verdiende, maar legde het wiskundige systeem ten grondslag aan het logisch redeneren: wat logisch was, was wiskunde. Bovendien was de wiskunde als voorbeeld van goede redeneringen volgens achttiende-eeuwse wiskundigen bestemd voor academici. De ingenieurs werden onderwezen in het toepassen van regels waarvan de logica verder niet werd uitgelegd. Voor De Gelder strekte de zegenende werking van de wiskunde zich ook tot hen uit: wiskunde was voor iedereen van nut, die de maatschappij van nut wilde zijn.

Er was nog een tweede verschil tussen De Gelder en zijn achttiende-eeuwse collegae. Dit lag in de opvatting over wat wiskunde nu eigenlijk was. Volgens De Gelder had wiskunde grote invloed op de natuurkunde en de mechanica uitgeoefend. Voor zijn achttiende-eeuwse collegae wàs die natuurkunde en mechanica óók wiskunde. Voor De Gelder had de wiskunde zich in zekere zin losgeweekt van de natuurwetenschappen: zij was belangrijker, de motor achter de natuurkunde. Hij had het dus over een heel ander soort wiskunde dan zijn achttiende-eeuwse collegae.

De Gelders opvattingen vonden steun bij de Nederlandse overheid. Deze sprak zich althans een aantal malen ten gunste van zijn opvattingen uit. Zo werd in 1815 wiskunde een verplicht vak aan de Latijnse scholen. In 1826 werd De Gelders wiskundecursus voor het onderwijs aan deze scholen aanbevolen. In 1843 werd de Polytechnische hogeschool in Delft opgericht met een sterk wiskundige propaedeuse.

Om zijn ideeën te kunnen realiseren schreef De Gelder een aantal wiskundecursussen. De meeste van deze cursussen werden zeer populair en beleefden vele herdrukken. Ondanks het feit dat De Gelder bij iedere leerling (academicus of ingenieur) hetzelfde doel nastreefde schreef hij toch zeer uiteenlopende cursussen. Dit had een praktisch

Korrel

Besluit

Dit is de laatste Korrel die deze jaargang verschijnt. Sommige Korrels roepen reacties op. Daar zijn ze ook voor bedoeld. Uiteraard moeten de Korrels wel over wiskunde en/of over onderwijs gaan.

Meer en meer wordt in Nederland de dienst uitgemaakt door mensen die geen krijt aan de vingers hebben. Men stelt eindtermen en kerndoelen vast, en men produceert verplichte toetsen, waar zogenaamd behoefte aan bestond. Men presenteert dit alles vervolgens als verbeteringen. Dit terwijl lesgevend Nederland aan de zijlijn staat. Er is alleen een summiere inbreng.
Natuurlijk mislukt er het een en ander. Als je méér wilt regelen, kan er méér mis gaan. Dat gebeurt dus ook. Maar lesgevend Nederland laat dit allemaal gebeuren.
Zelden vernemen we de mening van de vakinhoudelijke verenigingen in de pers, terwijl die mening beslist wel eens uiterst gereserveerd is. Er kunnen zelfs vakken in urenaantal worden gehalveerd (zie natuur- en scheikunde voor mavo en vbo), zonder dat het land op zijn kop staat.

Ik zal dit alles voortaan van iets grotere afstand volgen. Ik houd ermee op als hoofdredacteur.
Ik bedank allen die mijn stukjes hebben willen opvatten als opbouwende kritiek. Ik beloof niet dat ik nooit meer een stukje inzend.

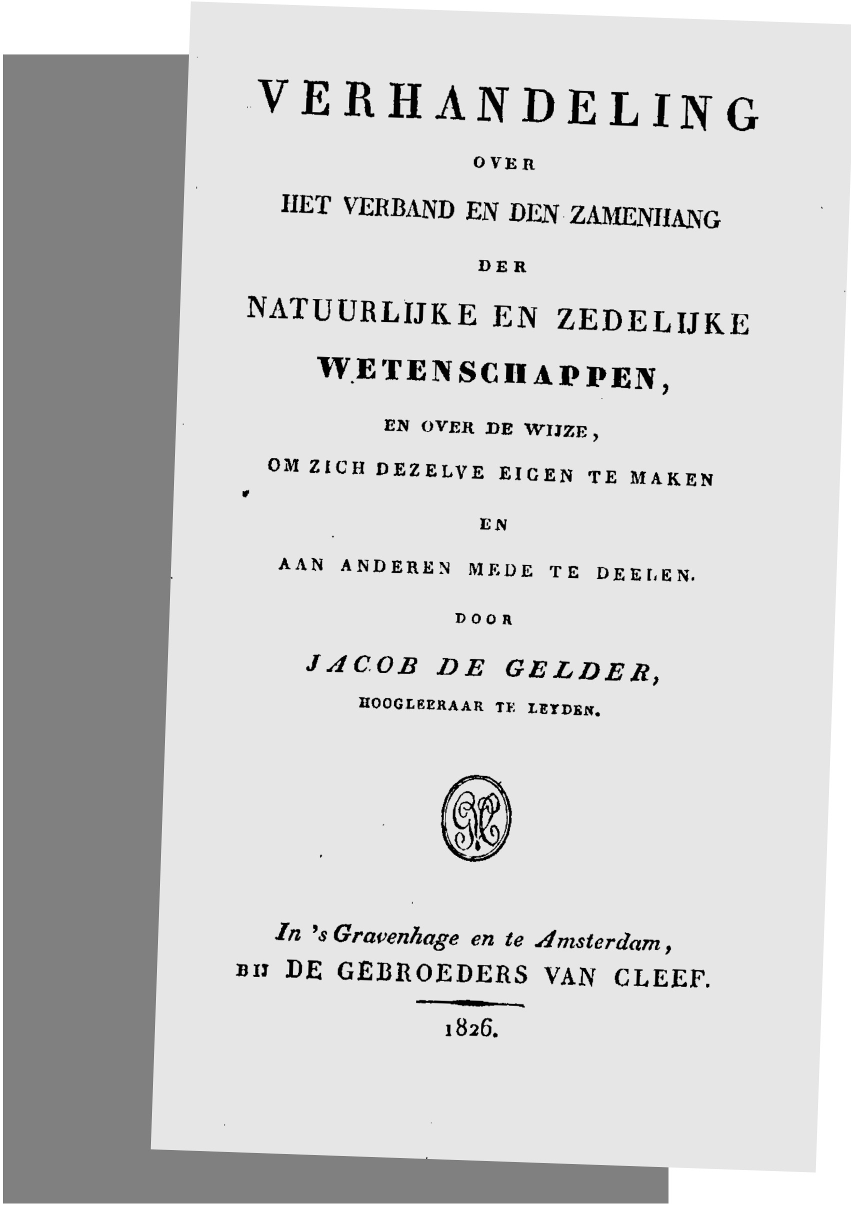
Martinus van Hoorn

oogmerk: De Gelder toetste zijn eigen boeken in de praktijk en zodoende was hij tot de ontdekking gekomen dat niet iedere leerling tot hetzelfde abstractieniveau in staat was. Daarmee hield hij in zijn boeken rekening, zonder toe te geven op de doelen die hij zich gesteld had.

5. De inrichting van De Gelders lessen

Om zijn doel te bereiken hield De Gelder in zijn lessen een strakke indeling aan. Drie van zijn deviezen waren: bied regelmaat, niet te veel stof ineens en voldoende ruimte tot ontspanning. Meer details betreffende de structuur van de les achtte hij overbodig. Uit bronnen is de structuur van De Gelders eigen lessen in twee gevallen bekend: zijn lessen voor de leden van de maatschappij Diligentia in Den Haag (1806-1808) en zijn colleges didactiek van de wiskunde aan universitaire studenten te Leiden (1827-1840).
Zijn leerlingen bij Diligentia – waaronder veel Latijnse scholieren – konden het eerste half uur van de les vragen stellen over het huiswerk van de vorige les. Vervolgens kwam De Gelder met een nieuw stuk stof. Dat werd behandeld en daarover kwamen dan weer nieuwe vragen. De Gelder stelde twee soorten vragen: naast opgaven die met de geboden theorie konden worden opgelost stelde hij ook vragen over de theorie zelf. Op deze manier wilde hij zijn leerlingen dwingen op de theorie te reflecteren[7]. In zijn boeken vinden we deze vragen steeds terug in nootvorm onder aan de pagina: de antwoorden staan meestal letterlijk in de tekst, maar De Gelder wilde niet dat zijn leerlingen een letterlijk antwoord uit de tekst oplepelden: hij wilde dat zij in hun eigen woorden duidelijk maakten wat ze hadden gelezen.

Voor zijn colleges vakdidactiek presenteerde hij iedere les een stelling of probleem na een korte behandeling van de theoretische achtergrond. Vervolgens bood hij zijn studenten de gelegenheid het probleem op te lossen. De behandeling van het probleem gebeurde in de vorm van een klassegesprek. Hierbij wees De Gelder de studenten steeds op hun zwakheden, waaraan ze dan moesten werken voor de volgende les. Tot slot gaf hij een afschrift van de oplossing van het probleem, zodat geen tijd verloren zou gaan aan het dicteren. Elke les behandelde hij op deze wijze een aantal problemen, beginnende met de grondregels van de aritmetica. Daarbij kwam steeds de nadruk te liggen op de manier van presenteren, en het probleem de leerlingen te dwingen om logisch te denken[8]. In al zijn boeken gaf De Gelder didactische tips aan de docenten die ze wilden gebruiken. Behalve de hierboven reeds genoemde zeer algemene deviezen liet hij daarbij de structuur van de lessen in het midden. Hij maakte wel zeer duidelijk dat de kinderen moesten begrijpen wat ze deden: hij vond dat je beter één opgave goed kon uitwerken, dan honderd opgaven volgens een uit het hoofd geleerd regeltje oplossen. Daarbij hechtte hij veel waarde aan individuele begeleiding en klassegesprekken.


VERHANDELING
OVER
HET VERBAND EN DEN ZAMENHANG
DER
NATUURLIJKE EN ZEDELIJKE
WETENSCHAPPEN,
EN OVER DE WIJZE,
OM ZICH DEZELVE EIGEN TE MAKEN
EN
AAN ANDEREN MEDE TE DEELEN.
DOOR
JACOB DE GELDER,
HOOGLEERAAR TE LEYDEN.

In 's Gravenhage en te Amsterdam,
BIJ DE GEBROEDERS VAN CLEEF.
1826.

6. Individuele begeleiding

De individuele begeleiding bestond bij De Gelder hieruit, dat hij een leerling iedere stap die hij in een rekenproces maakte, nader liet verklaren. Meermalen hamerde De Gelder erop dat het maken van opgaven an sich niet belangrijk was: kinderen konden gemakkelijk vraagstukken leren oplossen, zonder te begrijpen wat ze aan het doen waren, en dat moest te enen male worden voorkomen. Dat kon met behulp van individuele begeleiding. Was de stof eenmaal begrepen dan kon men met behulp van opgaven vingervlugheid krijgen in de toepassing van de uit de theorie voortvloeiende regels. De Gelder hechtte echter meer aan goed begrip, dan aan snelle oplossingen: iedere frase die begon met ‘je moet’ (bijv.: ‘*je moet nu met dit vermenigvuldigen*’) was voor De Gelder uit den boze. Om docenten dit ‘moet-gedrag’ af te leren en hen te stimuleren hetzelfde bij hun leerlingen te bewerkstelligen schreef hij uitgebreide opgavenboekjes met uitwerkingen in de vorm zoals hij ze wilde zien[9].

7. Klassegesprekken

Klassegesprekken waren volgens De Gelder een goede wijze van herhaling van stof die reeds was bestudeerd. Uit de klassegesprekken leidde De Gelder af hoe goed de leerlingen de stof beheersten. De Gelder schreef een vraag op het bord en liet vervolgens de leerlingen om de beurt een door hem zelf geformuleerde deelvraag beantwoorden. Was het antwoord niet correct, dan wees hij eerst op het goede deel en vroeg vervolgens door tot de leerling zelf met het goede antwoord op de proppen kwam.

§. 42. In de voorstellen, die wij hier voren (van §. 30 tot §. 37) opgelost hebben, ontmoetten wij van de onbekende letters geene andere magten, dan de eerste, en daarom worden deze voorstellen gezegd van den *eersten graad* te zijn: maar wanneer in een voorstel, behalve de eerste, ook nog de tweede magt van de onbekende letter voorkomt, zoo ontstaat daaruit eene vergelijking van den *tweeden graad*, in het algemeen *vierkants vergelijking* genoemd, en het voorstel wordt alsdan gezegd van den tweeden graad te zijn, of tot de vierkants vergelijking te behooren. De volgende vergelijkingen

$$x^2 + ax = b$$
$$x^2 - ax = b$$

waarin a en b bekende en x het onbekende getal beteekent, zijn vierkants vergelijkingen, of vergelijkingen van den tweeden graad.

§. 43. Om de waarde van x te vinden in eene vergelijking van den tweeden graad, moet men de helft van het getal a, waarmede x vermenigvuldigd is, tot de tweede magt verheffen, en adderen deze tweede magt tot elk lid van de vergelijking; hierdoor verandert de eerste vergelijking in

$$x^2 + ax + \tfrac{1}{4}a^2 = \tfrac{1}{4}a^2 + b.$$

en de tweede in

$$x^2 - ax + \tfrac{1}{4}a^2 = \tfrac{1}{4}a^2 + b.$$

Nu is het eerste lid van de vergelijking

$$x^2 + ax + \tfrac{1}{4}a^2 = \tfrac{1}{4}a^2 + b.$$

de tweede magt van $x + \frac{1}{2}a$; want als men $x + \frac{1}{2}a$ tot de tweede magt verheft, verkrijgt men $x^2 + ax + \frac{1}{4}a^2$; derhalve

$$(x + \tfrac{1}{2}a)^2 = \tfrac{1}{4}a^2 + b.$$

Trek uit elk lid van deze vergelijking den vierkanten wortel, zoo heeft men

$$x + \tfrac{1}{2}a = \sqrt{\tfrac{1}{4}a^2 + b}$$
$$\text{Dus } x = -\tfrac{1}{2}a + \sqrt{\tfrac{1}{4}a^2 + b}$$
$$= -\tfrac{1}{2}a + \tfrac{1}{2}\sqrt{a^2 + 4b}$$

Het eerste lid van de vergelijking

$$x^2 - ax + \tfrac{1}{4}a^2 = \tfrac{1}{4}a^2 + b$$

is de tweede magt van $x - \frac{1}{2}a$; want als men $x - \frac{1}{2}a$ met zich zelf vermenigvuldigt, komt er $x^2 - ax + \frac{1}{4}a^2$; derhalve

$$(x - \tfrac{1}{2}a)^2 = \tfrac{1}{4}a^2 + b$$

Uit elk lid van deze vergelijking den vierkanten wortel trekkende, zoo heeft men

$$x - \tfrac{1}{2}a = \sqrt{\tfrac{1}{4}a^2 + b}$$
$$\text{Dus } x = \tfrac{1}{2}a + \sqrt{\tfrac{1}{4}a^2 + b}$$
$$= \tfrac{1}{2}a + \tfrac{1}{2}\sqrt{a^2 + 4b}$$

299. * Alle meer of min zamengestelde vergelijkingen van éene onbekende, welke, door de regels van het II *Hoofdstuk*, tot den vorm $x^2 + ax + b = 0$ kunnen gebragt worden, zijnde x^2 met het teeken $+$ aangedaan, en a en b getallen, welke van gegevene getallen afhangen, zoodat a en b alle positieve en negatieve waarden kunnen hebben, worden *tweede magts, vierkants quadraats vergelijkingen* genoemd.

300. Vraagstuk. *De tweede magts vergelijking $x^2 + ax + b = 0$ op te lossen?*

Oplossing. Wanneer men de gegevene vergelijking, door den bekenden term in het achterste lid te brengen, aldus voorstelt:

$$x^2 + ax = -b$$

en bedenkt: dat $(x + \frac{1}{2}p)^2 = x^2 + px + \frac{1}{4}p^2$ is; dan ziet men: dat, wanneer men bij elk lid dezer vergelijking $\frac{1}{4}a^2$ optelt, het voorste lid der nieuwe vergelijking

$$x^2 + ax + \tfrac{1}{4}a^2 = \tfrac{1}{4}a^2 - b$$

een volkomen vierkant, het vierkant namelijk van $x + \frac{1}{2}a$, zal zijn; terwijl de vorm van het achterste lid uit de bekende elementen a en b is zamengesteld. Wij hebben dan eigenlijk

$$(x + \tfrac{1}{2}a)^2 = \tfrac{1}{4}a^2 - b.$$

Nu zijn de vierkantswortels uit de leden eener vergelijking aan elkander gelijk; maar, daar de vierkantswortel uit eenig getal zoo wel positief als negatief kan wezen, kan men de vier volgende vergelijkingen,

1°. $x + \frac{1}{2}a = +\sqrt{(\frac{1}{4}a^2 - b)}$
2°. $x + \frac{1}{2}a = -\sqrt{(\frac{1}{4}a^2 - b)}$
3°. $-x - \frac{1}{2}a = +\sqrt{(\frac{1}{4}a^2 - b)}$
4°. $-x - \frac{1}{2}a = -\sqrt{(\frac{1}{4}a^2 - b)}$

als zoo veel mogelijke gevolgen van de vergelijking $(x + \frac{1}{2}a)^2 = \frac{1}{4}a^2 - b$ aannemen; omdat de tweede magten van elke dezer vier vergelijkingen wederom de oorspronkelijke vergelijking voortbrengen; maar, daar de vierde vergelijking uit de eerste, en de derde uit de tweede, door het omkeeren der teekens, ontstaat, *zoo is de eerste vergelijking van de vierde en de tweede van de derde niet te onderscheiden;* en wij hebben dus slechts deze twee eerste magts vergelijkingen

$$x + \tfrac{1}{2}a = +\sqrt{(\tfrac{1}{4}a^2 - b)}$$
$$x + \tfrac{1}{2}a = -\sqrt{(\tfrac{1}{4}a^2 - b)}$$

die uit de gegevene vergelijking $x^2 + ax + b = 0$ volgen en wezenlijk van elkander onderscheiden zijn.
Uit deze twee vergelijkingen nu volgen onmiddellijk deze twee waarden voor het onbekende getal x; namelijk:

$$x = -\tfrac{1}{2}a + \sqrt{(\tfrac{1}{4}a^2 - b)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; (1)$$
$$x = -\tfrac{1}{2}a - \sqrt{(\tfrac{1}{4}a^2 - b)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; (2)$$

die in waarde van elkander onderscheiden zijn, en welke men gewoonlijk zamenvoegt, door te schrijven:

$$x = -\tfrac{1}{2}a \pm \sqrt{(\tfrac{1}{4}a^2 - b)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; (\Delta)$$

Een aantal elementen van wat wij tegenwoordig een onderwijs-leergesprek noemen was reeds aanwezig. De Gelder liet zijn leerlingen het probleem alleen niet zelf analyseren: hij hakte het voor hen in kleine stukjes en gaf de lijn van de oplossing aan. Die oplossingsstrategie leerden zijn pupillen tijdens de individuele begeleiding. De klassegesprekken dienden als reflectie op de stof voor de leerling, en als controle op het begrip voor de docent. Het taalgebruik was daarbij voor De Gelder heel belangrijk.

8. Taalgebruik

Voor de docent achtte De Gelder het onontbeerlijk dat hij zich van uitermate precies taalgebruik bediende. Hij hamerde er meermalen op dat leerlingen weliswaar niet (althans niet direct) in staat waren om alle taalkundige subtiliteiten te doorzien, maar onduidelijke taal in een vak dat stoelde op exactheid was volgens De Gelder uit den boze. Uitdrukkingen als *'de oppervlakte van een rechthoek is gelijk aan de lengte maal de breedte van de betreffende rechthoek'* was volgens De Gelder onduidelijk. Dit noemde hij een *verkorting*. Volgens hem moest je zeggen: *'als je de getallen die aangeven hoeveel maal de eenheid van de lengtemaat begrepen is in de lengte en de breedte van een rechthoek, vermenigvuldigt, zal het*

product je vertellen hoeveel maal het vierkant op die lengtemaat beschreven op de oppervlakte van de rechthoek past' [10].
Van zijn universitaire studenten eistte hij ook een zeer exact taalgebruik. Nicolaas Beets deed in zijn dagboek verslag van een tentamen dat door De Gelder werd afgenomen. Daarin noemde Beets een getal *'een verzameling van eenheden'*. De Gelder greep in omdat het *'de naam die men aan een verzameling van eenheden geeft'* moest zijn [11]. Van zijn leerlingen verwachtte hij zeer precies taalgebruik, maar hij vond het minstens zo belangrijk dat zij in hun eigen woorden konden uitleggen wat ze hadden geleerd of gedaan. Hij was zich ervan bewust dat ze daarmee in het begin problemen zouden hebben, maar hij had ook de ervaring dat ze snel leerden. Voor De Gelder was de exactheid van het taalgebruik van een leerling een maat voor diens begrip van de stof. Op deze wijze verifiëerde hij het begrip van zijn leerlingen tijdens de klassegesprekken.
Het ingenieursonderwijs wilde De Gelder ook op deze manier inrichten. Hij streefde primair begrip na, want daaruit zou volgens hem de leerling vanzelf de toepassing begrijpen. Hij was zich wel bewust van het lagere niveau van deze leerlingen, en daarom liet hij de exacte bewijzen achterwege en beperkte hij zich tot meer aanschouwelijk onderwijs: de stellingen werden aannemelijk gemaakt door voorbeelden. Het taalgebruik bleef echter zeer precies. Aan de Militaire Academie kwam hij in problemen vanwege zijn visie op het wiskunde-onderwijs. *'Zij spreken onophoudelijk van toepassingen te maken, zonder dat zij mij toeschijnen te weten wat al niet tot het maken van toepassingen vereischt wordt'* schreef hij over zijn tegenstanders in deze. Na een grondige hervorming van de academie – min of meer gevolg van zijn ontslag – kreeg hij alsnog gelijk [12].

9. De Gelders ideeën getoetst aan zijn œuvre

Achttiende-eeuwse wiskundeboekjes voor het middelbaar- en ingenieursonderwijs stonden vol met *algoritmen* die een bepaald soort opgaven oplosten: de leerling werd geleerd een bepaalde *regel* te volgen die de goede uitkomst zou geven. Hetzelfde gold overigens veelal voor algebra-onderwijs aan de universiteit. Algoritmen leken niet thuis te horen in De Gelders didactische opvattingen. Toch stonden ook in zijn boeken veel *regels*, en ze leken erg veel op de *regels* van zijn achttiende-eeuwse collegae.
De Gelders boeken waren op andere punten zeer innovatief: hij werkte alles zeer nauwkeurig uit, en maakt de lezer attent op alle mogelijke valkuilen die hij tijdens het overdenken van de stof zou kunnen tegenkomen. Om de status van al zijn beweringen weer te geven maakte hij gebruik van alle typografische mogelijkheden: kleine lettertjes ter illustratie of nadere uitleg van een oplossing, cursief schrift voor definities en axioma's en verschillende tekens voor de paragrafen gaven aan wat de inhoud van het komende stukje was. Zodoende liet De Gelder niets aan de fantasie van de lezer over: in zijn algebraboek wees hij er bijvoorbeeld met een rekenvoorbeeldje zeer nadrukkelijk op dat algebraïsche en rekenkundige breuken behalve de deelstreep en de naam hoegenaamd niets met elkaar te maken hadden.
Voor het ingenieursonderwijs schreef De Gelder een serie nieuwe meetkundeboeken. Deze waren deels gebaseerd op de *Géométrie descriptive* van Gaspard Monge (*1746-†1818), en voor een ander deel op aanschouwelijk onderwijs. Deze laatste bestonden uit tekenlessen waarin de leerling met de meetkundige figuren vertrouwd kon raken [13]. De Gelder raadde deze cursus ook aan voor de Latijnse school: de leerlingen konden zich dan een voorstelling van zaken maken wanneer ze moesten gaan bewijzen.
De Gelder trachtte in zijn boeken de lezer tot leidraad te zijn: alle fouten die hij leerlingen in zijn lessen had zien maken waren – op de plaats waar hij meende dat het fout was gegaan bij de betreffende leerling – besproken. Zodoende hoopte hij meer duidelijkheid te scheppen. Tevens trachtte hij – o.a. gesteund door de duidelijke status van al zijn beweringen – **nadenken** en **reflectie** te stimuleren. Waarom dan toch *regels*?

10. Regels bij De Gelder

De *regels* dienden in De Gelders boeken een duidelijk doel. De Gelder gaf dat in al zijn voorwoorden ook expliciet aan: ze dienden als samenvatting van hetgeen daarvoor was behandeld. De leerling kreeg met de *regel* een stuk gereedschap in handen waarvan hij niet alleen wist hoe het werkte, maar ook kon vertellen waarom het werkte. Dat de vorm van deze *regels* zo achttiende-eeuws – d.i.: algoritmisch – aandeed valt slechts te verklaren uit het feit dat De Gelder zelf op deze manier les had gekregen. Ondanks al zijn nieuwe ideeën kon De Gelder zich (natuurlijk) niet aan de indrukken van zijn eigen tijd ontworstelen.
De volgorde van presentatie in De Gelders boeken was goed doordacht. Om een voorbeeld te geven: tijdgenoten van De Gelder kenden tweedegraads vergelijkingen bij de introductie vaak slechts één oplossing toe. Vervolgens – vaak pas na een aantal voorbeelden – demonstreerden ze dat als $x^2 = a^2$, ook

best $x = -a$ kon gelden om dan met de tweede oplossing op de proppen te komen [14]. De Gelder behandelde eerst het probleem $x^2 = a^2$ en haalde dit aan bij de oplossing van tweedegraads vergelijkingen, die direct twee oplossingen kregen. Naast het overdenken van de volgorde, koos De Gelder af en toe voor een geheel nieuwe aanpak. In zijn *Cijferkunst* bijvoorbeeld liet De Gelder zich inspireren door de geschiedenis van zijn vakgebied. Hij gebruikte een soort turfmethode om getallen weer te geven: met sterretjes gaf hij aan hoeveel eenheden, tientallen, honderdtallen etcetera in het betreffende getal voorkwamen. Hiermee 'bewees' hij de grondregels van het rekenen.

11. Didactiek als vakgebied

Behalve een hoop wiskundeboeken publiceerde De Gelder ook een boek vrijwel geheel gewijd aan de didactiek van zijn vakgebied: de *Verhandeling over het verband en den zamenhang der natuurlijke en zedelijke wetenschappen*. Dit boek is de eerste Nederlandse poging tot de opbouw van een consistent didactisch kader voor het wiskunde-onderwijs. Didactisch bewustzijn bestond reeds langer: in de voorredes tot achttiende-eeuwse wiskundeboeken stonden regelmatig beweringen die wezen op een didactisch bewustzijn [15]. Ook De Gelder schreef didactische tips in de voorredes van zijn boeken. Daarnaast verhief hij die didactiek uit de voorredes tot een zelfstandig aandachtsveld.
In zijn *Verhandeling* werkte hij bijvoorbeeld een groot aantal klassegesprekken – zoals hij zich die idealiter voorstelde – uit. De *Verhandeling* gebruikte hij bij zijn colleges vakdidactiek aan de Leidse universiteit. Ook deze colleges waren aan De Gelders geest ontsproten: hij had er bij de regering op aangedrongen dergelijke colleges te verplichten voor docenten wiskunde. Het onderschrijft nog eens de waarde die De Gelder aan de didactiek hechtte; de colleges didactiek van de wiskunde – sinds 1827 verplicht voor toekomstige docenten – zijn zonder meer uniek te noemen. Zij illustreren de groei van een didactisch bewustzijn naar een didactiek als zelfstandig onderzoeksveld.

12. Slot

Regelmatig had De Gelder in zijn leven te maken met mensen die het niet eens waren met zijn standpunt over het nut van wiskunde-onderwijs. Wiskunde was een nieuw vak aan de Latijnse scholen en werd niet overal zonder slag of stoot geaccepteerd. Ook de vorm waarin het wiskunde-onderwijs aan de ingenieursscholen moest worden gegoten stond ter discussie: praktisch denken stond tegenover de visie van De Gelder, die wilde dat zijn leerlingen van wiskunde betere (lees: intelligentere) mensen werden. Bezien in het licht van de huidige discussie over de plaats van het wiskundeprogramma binnen het middelbaar onderwijs, maakt dat De Gelders ideeën wederom zeer actueel.

1 Verdam, G.; 'Het leven van den hoogleeraar Jacob de Gelder' uit: *Algemeene Konst- en Letterbode* 1848 (nr.2) p. 307

2 Zie: *Verslag van den staat des Gymnasiums*; Groningen (1861), p. 4 (overlijdingsbericht Pantekoek).

3 Beckers, D.; 'Jacob de Gelder en de wiskundige ideologie in Nederland (1800-1840)' in: *Gewina* **19**-1

4 Een uitgebreide biografie van De Gelder zal onder de titel 'Mathematics as a way of life' in de loop van 1996 in het *Nieuw Archief voor Wiskunde* verschijnen.

5 Gelder, J. de; *Ludeman in zijn waar karakter*, Rotterdam (1801), pp. IX-XII.

6 Gelder, J. de; *Redevoering, uitgesproken bij de opening van het Industrie-Kollegie*; Leiden (1827), pp. 7-8.

7 P. Uylenbroeck, 'De wiskundelessen bij Diligentiâ' in: *Algemeene Konst- en Letterbode* II (1806), pp. 228-233; dit artikel betreft een – overigens zeer gunstige – recensie van De Gelders lessen.

8 Archief U.B. Leiden, nummer AC II 95, dossier 178

9 Gelder, J. de; *Uitgewerkte oplossingen der CCL vraagstukken voorkoomende in de allereerste gronden der stelkunst*; Den Haag/Amsterdam (1826, 1837^2) en Rademakers, Gs.; *Antwoorden op de rekenkundige vragen, voorkomende in de allereerste gronden der cijferkunst door Jacob de Gelder*; Den Haag/Amsterdam (1825, 1833^2)

10 Gelder, J. de; *Uitgewerkte oplossingen van de CCL vraagstukken…*; Den Haag/Amsterdam (1837^2), pp. XXII-XXIII

11 Gelder, H. van; *Hildebrands voorbereiding: de dagboeken van de student Nicolaas Beets*, Den Haag (1956)

12 Janssen, J.; *Op weg naar Breda*; Den Haag (1989)

13 Gelder, J. de; *Inleiding tot de beschouwende en werkdaadige meetkonst*, Amsterdam (1806) en Gelder, J. de; *Allereerste gronden der beschouwende en werkdadige meetkunst*, Amsterdam / Den Haag (1816, 1827^2). De Gelders tekenlessen zijn gepubliceerd in: Gelder, J. de; *Handleiding tot het meetkunstig teekenen*; Den Haag / Amsterdam (1829)

14 Dit is een nawee van de meetkundige achtergrond waartegen de algebra zich lange tijd heeft afgespeeld. Aangezien een getal door een lijnstuk werd voorgesteld kon het niet negatief zijn. Uit het feit dat uit $x^2 = a^2$ (met $a > 0$) ook $x = -a$ kon volgen blijkt echter dat deze volgorde op dit moment min of meer rudimentair van karakter was: De Gelder had de moeite genomen om over de volgorde na te denken, en veel van zijn tijdgenoten niet.

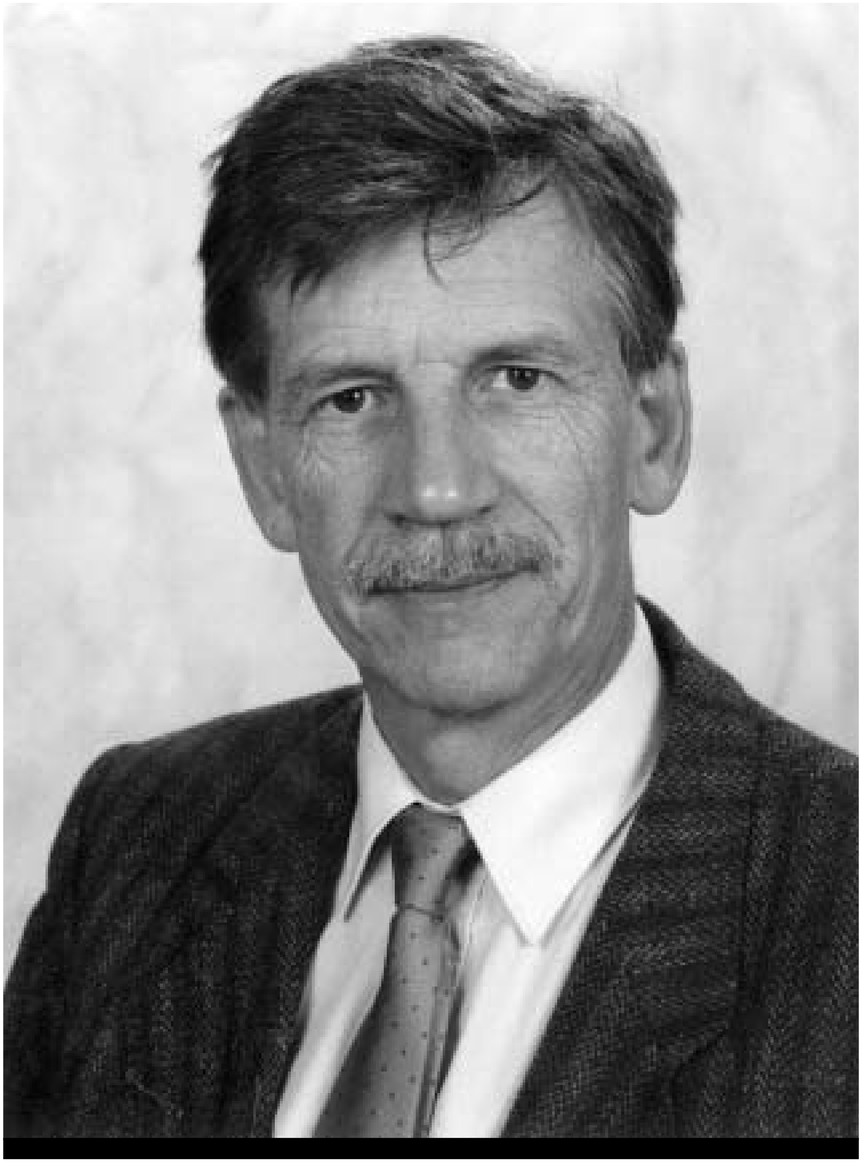
15 Beckers, D.; 'Meetkunde-onderwijs in achttiende-eeuws Nederland' in: *de Nieuwe Wiskrant* 15-3 (maart 1996)

Jan Johannes Breeman

7 mei 1940 - 15 maart 1996

Jan Maassen

Jan Breeman is overleden. Vooral voor zijn familie is dit heengaan veel te vroeg, maar ook voor zijn collega's is aan een goede vriendschap een einde gekomen en wiskundig Nederland moet nu zonder hem verder.



De directie van de school van Jan schrijft: 'Jan Breeman is op zeer veel fronten bepalend geweest voor de ontwikkelingen in het wiskunde-onderwijs. Niet alleen als docent op school, maar ook op landelijk niveau.'
Toch was Jan allereerst docent. Zijn enthousiasme voor goed wiskunde-onderwijs probeerde hij ook op anderen over te brengen. In de tijd dat hij op de Samenwerkings-school voor havo/atheneum te Waddinxveen de wiskunde A op het vwo invoerde, gaf hij mij het materiaal dat hij voor zijn leerlingen naast de HEWET-boekjes samenstelde.
Ik herinner mij dat ik, toen ik dit materiaal van hem kreeg, bedacht dat het ontwerpen van deze stencils zeer veel werk was geweest, dat de leerlingen met dit materiaal een zeer goede voorbereiding op het examen kregen en vooral dat ik een beetje jaloers was op zijn idee en de uitvoering hiervan.
Toen ik voor de bijeenkomst om Jan te herdenken op zijn school was, heb ik zijn leslokaal gezien. Ik heb me toen gerealiseerd dat er reeds wiskundewerklokalen bestaan.

In 1981 werd Jan lid van de ACD wiskunde voor havo en in 1987 – toen zijn maximaal toegestane tijd als ACD-lid gekomen was – werd hij, omdat men hem niet kon missen, ACD-lid voor wiskunde A vwo. Toen de regels ook hieraan in 1993 een einde maakten, begeleidde hij op het Cito de ACD wiskunde A-vwo, waarna hij in 1995 lid van de wiskundesectie havo-vwo van de CEVO werd.
De ACD-leden die hem in de loop van de jaren meemaakten, zullen zich hem herinneren als de creatieve en activerende kracht binnen de commissies.

Jan had ook een grote belangstelling voor de computer. Hij maakte

computersoftware om zijn lessen te ondersteunen. Tijdens een bijeenkomst over het nieuwe programma voor wiskunde A vwo, kwam hij in gesprek met docenten die toen de wiskundekaternen ontwierpen die later 'de Wageningse Methode' zouden gaan vormen. Het bleek dat de ideeën van Jan goed bij deze methode pasten, samenwerking was spoedig geregeld en Jan werd de man voor de Ondersteunende Software. Deze software telt momenteel ruim 60 computerprogramma's, gegroepeerd in 11 'clusters'. Jan ontwierp en schreef ze niet alleen, maar verzorgde ook de bestellingen en was beschikbaar voor informatie. Hoewel aan het ontwerpen door Jan nu een einde is gekomen en naar een opvolger voor het programmeren wordt gezocht, hebben Ellen en Esther, de echtgenote en dochter van Jan, op zich genomen de administratieve afhandeling voort te zetten.
Ook anderen stimuleerde Jan voor de verspreiding van software. Toen hij door Euclides op de hoogte kwam van het softwareprogramma PLOT suggereerde hij Agnes Verweij hierbij een handleiding te schrijven en deze via de TU Delft uit te geven. In het ziekenhuis heeft Jan deze handleiding bekeken en op de zondag voor zijn overlijden belde hij Agnes nog op om haar hiermee te complimenteren. Hij bestelde nog een aantal exemplaren die zijn dochter voor hem moest verzenden en vroeg Agnes om ook een handleiding te maken bij het softwareprogramma GEON, een meetkundeprogramma van de ontwerper van PLOT.

In 1989 vroeg het bestuur van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren Jan om kandidaat te zijn voor een bestuursfunctie binnen de vereniging. Jan aarzelde met ja zeggen. Hij was bang niet zoveel voor de vereniging te kunnen doen als nodig was. Toen hij echter ja gezegd had, deed hij meer dan het bestuur had durven hopen. Reeds de eerste bestuursvergadering die hij bijwoonde, werd hij initiator en vervolgens voorzitter van de Werkgroep Interpretatie Examenprogramma Wiskunde A - de zogenaamde WIEWA. De voorbereiding en de leiding van de vergaderingen door Jan leidden tot het uiteindelijke WIEWA-rapport.
Namens de vereniging werd hij lid van de Vakontwikkelgroep voor de profielen Tweede Fase en vervolgens lid van de resonansgroep voor de trajectenboeken van het project Profi.
Bij het leiden van een regionale bijeenkomst of een werkgroep viel altijd op met welke rust hij de bijeenkomst leidde en hoe goed de voorbereiding was geweest. Een strak schema voor de bijeenkomst was voor hem niet genoeg. Er moest ook informatie op papier staan en de aanwezigen moesten iets mee naar huis kunnen nemen; zowel geestelijk als materieel.

Degenen die Jan van nabij meemaakten zullen echter niet in eerste instantie een docent, een examendeskundige, een bestuurslid of een softwaremaker moeten missen, maar vooral een vriend.
Als Jan in een werkgroep of bestuur de indruk had dat iemand de kantjes er af liep en het werk aan anderen overliet, kon dit hem erg irriteren, maar reeds de kleinste bijdrage van een ander werd door hem zeer gewaardeerd. Altijd was hij bereid met je mee te denken en je te helpen, maar steeds met de mededeling 'het is jouw idee en jij kunt het beter afwerken dan ik'.
Mijn herinnering aan vergaderingen met Jan is dat hij altijd de punten goed had voorbereid, iedereen de kans gaf zijn of haar inbreng te leveren en met zijn eigen ideeën wachtte totdat hij anderen had aanhoord.
De belangrijkste herinneringen zullen echter de gesprekken zijn die wij voerden bij maaltijden na afloop van vergaderingen of tijdens de terugreizen naar huis en deze gesprekken beperkten zich niet tot wiskunde, onderwijs en computers. Altijd was Jan hierbij attent. Toen ik eens vertelde over een probleempje met mijn computer kreeg ik ongevraagd enige dagen later een kopie toegestuurd van een tijdschriftartikel dat over dit probleem ging.

In het laatste telefoongesprek dat ik met Jan voerde sprak hij de hoop uit dat de artsen het ziekteverloop zouden weten te vertragen of te stoppen. Hij had nog zoveel plannen; niet alleen voor de wiskunde, maar ook met zijn vrouw, kinderen en kleinkinderen.
Het heeft echter niet zo mogen zijn en ons rest slechts een dierbare herinnering; een herinnering die zijn school beschrijft met:
'Jan Breeman,
briljant en bescheiden'.

Verslag van een experiment aan de R.U. Leiden

Ervaringen met mijn lessen getaltheorie voor vwo-ers

R. Tijdeman

In het najaar heb ik een college getaltheorie gegeven voor vwo-ers uit klassen 4-6. Doel van dit college was de scholieren kennis te laten maken met een wijze waarop aan de universiteit wiskunde wordt gedoceerd. Dat zou volgens mij leerlingen vertrouwder maken met de wiskundestudie (onbekend maakt onbemind) en beter in staat stellen te beoordelen of ze hiervoor geschikt zijn en het willen (verlaging van het aantal afvallers in de eerste maanden van de studie).

Reacties

Om aan dit initiatief bekendheid te geven heb ik scholen in de regio en potentiële deelnemers die ik kende in augustus een mededeling over de cursus toegezonden.
De redacties van Euclides en Pythagoras waren bovendien bereid deze mededeling te publiceren en dit leverde verreweg de meeste reacties op.
Op de eerste les waren ruim 30 scholieren aanwezig, terwijl daarnaast aan meer dan 100 mensen (deels leraren) dictaten van de lessen zijn toegezonden.

Lessen, huiswerk, certificaat

De cursus bestond uit vijf lessen, driewekelijks gegeven op vrijdagmiddag van 3 tot 5 uur. Het grootste deel van de tijd was ik aan het woord, een klein deel werd gebruikt voor het maken van opgaven. Elke les waren er vijf huiswerkopgaven waarvan de uitwerkingen binnen drie weken ingeleverd konden worden. Deze uitwerkingen heb ik persoonlijk nagegeken en met commentaar en een blad met algemene aanwijzigingen teruggezonden. Wie tenminste vier keer de uitwerkingen met voldoende resultaat heeft ingezonden, ontvangt een certificaat van de R.U. Leiden.

Lesinhoud

In de lessen behandelde ik achtereenvolgens volledige inductie, priemgetallen, congruenties, kettingbreuken en diophantische vergelijkingen. Per les werd relatief veel stof behandeld en de te ambitieuze aanpak was een van de redenen dat het aantal toehoorders terugliep van 35 bij de eerste les tot 10 bij de laatste. Uit het hele land werden huiswerkopgaven ingestuurd waarbij het ingeleverde aantal dezelfde ontwikkeling doormaakte. Als reden van het afhaken werden regelmatig ook huiswerk en schoolonderzoeken genoemd.

$$x^4 + y^4 = z^4$$

$$x^2 + y^2 = z^2$$

$$x^2 - 2y^2 = 1$$

Enquête

Na afloop heb ik een enquêteformulier gegeven aan de tien bezoekers van de laatste les en toegezonden aan tien personen die de eerste les wel en de laatste niet hadden meegemaakt en aan tien personen die alleen het dictaat hadden ontvangen. Ik heb 25 ingevulde formulieren ontvangen en ingedeeld in drie groepen: 0 lessen bezocht (8), 1-2 lessen bezocht (5), 3-5 lessen bezocht (12).
Hier volgen enkele resultaten.
Van 12 personen die de lessen tenminste driemaal bijwoonden, wonen er 7 minder dan 10 km en 4 meer dan 40 km van het instituut waar ik de lessen gaf. De lessen werden moeilijk tot goed gevonden, het tempo was snel tot goed. De personen die meer dan twee lessen bezochten vonden ze overwegend leuk en boeiend, zij die 1-2 keer geweest waren vonden ze wat saai. Het dictaat werd lastig tot goed bevonden. De actieven vonden de huiswerkopgaven lastig, de meer passieven net goed. De indruk over wiskunde studeren is nauwelijks (7), enigszins (10) of behoorlijk (5) veranderd. Van 8 leerlingen die niet in een eindexamenklas zitten en lessen bijwoonden zouden 5 een volgende keer zulke lessen weer bijwonen en 3 waarschijnlijk niet.

Persoonlijk commentaar

Er was ook ruimte voor persoonlijke opmerkingen.

Eerst enkele scholieren:

'Ik heb veel plezier beleefd aan de Master Class en bovendien heb ik natuurlijk veel geleerd.'

'Af en toe is het handiger als er meer tussenstappen gegeven zijn. De kleine stukjes geschiedenis zijn ook interessant.'

'Doordat een groot deel van de cursus in (de voorbereidingen voor) mijn schoolonderzoeken viel, heb ik de cursus niet bij kunnen houden. Ik vind de cursus een zeer goed initiatief.'

'Ik vond het erg fijn de lessen te volgen.'

'Dit compenseert het matige wiskunde-onderwijs een beetje.'

'Heel erg bedankt voor het verruimen van mijn wetenschap over wiskunde.'

'De lessen waren tot op de helft nog net te volgen, daarna werd het moeilijk en ging het te snel.'

'Jammer dat het over is.'

Verder enkele leraren:

'Dit geeft een beter beeld van de studie dan alle voorlichtingsdagen.'

'Ik denk dat de lessen behoorlijk moeilijk zijn. De stijl is anders dan ze gewend zijn.'

'N.a.v. dictaat: Helder, maar kan wat deductiever van opzet.'

'Mijn leerling moet er wel even aan wennen dat zelfs het dictaat van een professor wel eens een fout bevat.'

'Hierbij bleek dat hij de antwoorden vaak snel vond, maar mijn hulp nodig had bij het goed formuleren van de bewijzen.'

'Het niveau vond ik in toenemende mate te hoog liggen. Ik kreeg steeds meer het gevoel dat het "ontaardde" in een gewoon college voor studenten (…) Het illustreert misschien op aardige wijze de kloof tussen middelbaar en hoger onderwijs.'

'De Master Class is een ideale manier om leerlingen kennis te laten maken met wiskunde boven vwo-niveau.'

Conclusie

Ik concludeer dat zulke initiatieven door leraren en leerlingen worden gewaardeerd. Het is erg belangrijk het niet te moeilijk en te veel te maken. Als ik het weer zou doen, zou ik vroegtijdig een vwo-leraar zoeken die mij zou adviseren bij de voorbereiding. Ik denk dat goede Master Classes een belangrijk middel kunnen zijn om scholieren met de universiteit en hogere wiskunde vertrouwd te maken en de kloof tussen vwo en universiteit te overbruggen. De mogelijkheden die het nieuwe studieprogramma voor vwo-ers geeft, moeten we benutten.

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Van de bestuurstafel

U heeft deze rubriek een aantal malen moeten missen. De reden hiervoor was niet dat er niets gebeurde, eerder het tegendeel. Veel hiervan stond in het kader van afscheid nemen, soms plotseling en onverwacht, soms als resultaat van een langer proces.

Afscheid
Als eerste, niet in tijd maar wel in intensiteit was er het plotselinge overlijden van ons zeer geliefde bestuurslid Jan Breeman, die zich jarenlang met grote inzet en creativiteit heeft ingespannen voor de Vereniging en het wiskundeonderwijs. Een groot verlies. Het ging zo snel dat de schok nog nadreunt. (zie ook blz. 263 en 270.)

Afscheid
Met ingang van de volgende jaargang zal Euclides niet langer gedrukt worden bij Wolters-Noordhoff. Hiermee is een eind gekomen aan een goede en vanzelfsprekende samenwerking die vele decennia heeft geduurd. Dat is natuurlijk jammer, maar uit oogpunt van kostenbeheersing was het noodzakelijk. Deze stap geeft ons meer ruimte voor andere activiteiten.

Afscheid
Inmiddels hebben we ook afscheid genomen van onze oude hoofdredacteur en de nieuwe begroet. Martinus van Hoorn heeft zich zoals u allen hebt kunnen constateren jarenlang met grote inzet en op geheel eigen wijze van zijn omvangrijke taak gekweten. Namens het bestuur wil ik hem dan ook hier hartelijk bedanken daarvoor. (zie ook blz. 275.)

Komend afscheid
Nadat de vorige secretaris 25 jaar op zijn post was gebleven dachten we met het binnenhalen van een jonge en dynamische nieuwe de volgende eeuw met gemak te kunnen halen. Maar helaas: jong en dynamisch maakt ook carrière… Als gevolg van een te grote werkdruk ziet onze secretaris Rob Bloem zich daarom genoodzaakt het bestuur te verlaten. Zijn taak wordt overgenomen door Wim Kuipers.

ACTIVITEITEN

Regionale bijeenkomsten
Hoewel de opkomst in Rotterdam en Amsterdam minder was dan vorige jaren was het totaal aantal bezoekers ongeveer gelijk. Het aangeboden programma was kennelijk zo interessant, dat sommige personen op meerdere bijeenkomsten zijn gesignaleerd. Wel hebben we geconstateerd dat door de recente fusiegolf ons adressenbestand van scholen niet meer klopt. We hebben veel post onbestelbaar teruggekregen en aanmeldingen kwamen ook vaak pas laat binnen. Volgend jaar zullen we vaker en zo mogelijk eerder en accurater aankondigen.

Platform
De vakinhoudelijke verenigingen, verenigd in het platform VVVO, voeren regelmatig overleg met de

Inhoud

instituties in onderwijsland, zoals PMB, Stuurgroep 2e fase, SLO en Ministerie van OCW. Natuurlijk moet je daarbij oppassen dat je niet als legitimatie wordt gebruikt voor voze plannen, maar het biedt ook de mogelijkheid om de gezamenlijke belangen te behartigen en direct te praten met de mensen die het beleid maken. Zo bereiden we momenteel een gezamenlijke notitie voor over nascholing. Belangrijk punt daarbij zal uiteraard zijn dat die o.i. binnen de normjaartaak moet vallen. Samen sta je sterker!

Vbo/mavo
De vakontwikkelgroepen hebben hun eerste concept al afgeleverd, in maart zijn hierover raadplegingen gehouden. De NVvW zal ook over deze plannen een advies uitbrengen.

Mto
De samenwerking met wiskundedocenten uit het mto is groeiende. Het is heel plezierig te merken dat er kennelijk behoefte is aan informatie en uitwisseling.

Hbo
De prettige ervaringen met het mto en het besef dat in de nieuwe Tweede Fase voor havo een verbetering van de doorstroming naar het hbo een belangrijke doelstelling is, hebben ertoe geleid dat we ook hbo-docenten meer bij de vereniging willen betrekken. In het najaar willen we daartoe een gezamenlijke startconferentie organiseren.

Vwo/zebra
De ZEBRA-ruimte in het voorgestelde nieuwe programma voor het vwo wordt goed ontvangen. Het is belangrijk dat er een breed en continu aanbod komt van boekjes over onderwerpen die leerlingen (en docenten) kunnen stimuleren om nieuwe gebieden te ontdekken en die bijdragen aan een aantrekkelijker beeldvorming van ons vak. Die boekjes moeten toegesneden zijn op het niveau van de vwo-leerling. Daarom heeft de NVvW het initiatief genomen om te komen tot een samenwerkingsverband met Fi, APS en universiteiten, dat e.e.a. kan coördineren. Als hommage aan Jan Breeman willen we hieraan zijn naam verbinden.

OPROEPEN

Hoewel over het algemeen helaas weinig mensen op deze oproepen reageren blijven we ze plaatsen: we hebben namelijk heel veel behoefte aan mensen die iets voor de vereniging willen doen. Veel komt nu neer op de schouders van bestuursleden en die zijn daar niet voor vrijgesteld maar staan gewoon ook voor de klas. Daarbij is het doen van leuke dingen voor de vereniging ook een bron van vreugde en voldoening die we graag met u willen delen dus: overwin uw schroom en meld u aan bij Freek Mahieu!!
(tel. 0411-673468)

Lustrum
In het jaar 2000 bestaat de vereniging 75 jaar. Dat willen we vieren. Daarom zoeken we belangstellenden voor de Lustrumcommissie.

Zebra (zie boven)
We zoeken (veel) mensen die betrokken willen zijn bij de realisatie van de Zebra-boekjes. Dat kan zijn als (co-)auteur, als commentator, als uitprobeerder of als redacteur. De inbreng van vwo-docenten is hierbij van groot belang.

Didaco
De didactiekcommissie kan nog steeds nieuwe leden gebruiken. Denken en praten over je vak, wat is er mooier?

Marian Kollenveld

Verschenen

Syllabus

Voor het centraal examen Wiskunde v.b.o.-D, v.b.o.- C, m.a.v.o.-D en m.a.v.o.-C ingaande 1 augustus 1996, examen 1997

Inhoud:
1 Inleiding
2 Examenprogramma
3 Toelichting bij het examenprogramma en bij het centraal examen
4 Index van in het examen te gebruiken termen en begrippen en opsomming van termen die de leerling *niet* hoeft te kennen

Bijlage:
Bij elk onderdeel voorbeelden van examenvragen met correctievoorschrift

Uitgave:
Cevo en Cito
februari 1996

Besteladres:
Cito
Sectie verkoop
Postbus 1034
6801 MG Arnhem
Tel.: 026-3521590

Art.nr. 56482

Prijs: *ƒ* 35,–

Een 'must' voor ieder die straks een vbo/mavo-examenklas krijgt!

(Uw school kreeg een aankondiging met bestelbiljet voor alle vakken.)

Jaarvergadering/Studiedag 1996
Eerste uitnodiging

Eerste uitnodiging voor de jaarvergadering/studiedag 1996 van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren op **zaterdag 16 november 1996** in het gebouw van
Het Nieuwe Lyceum
Jan Steenlaan 38
3723 BV Bilthoven
tel: 030-2283060
Aanvang: 10.00 uur
Sluiting: 16.00 uur

AGENDA

Huishoudelijk gedeelte

a Opening door de voorzitter dhr. dr. J. van Lint.
b Jaarrede door de voorzitter.
c Notulen van de jaarvergadering 1995 (zie Euclides 71-6).
d Jaarverslagen (zie Euclides).
e Décharge van de penningmeester en benoeming van een nieuwe kascommissie. Het bestuur stelt kandidaat*: dhr. drs. L. Sijp en mw. J. Warners-de Bruin.
f Bestuursverkiezing in verband met het periodiek aftreden van dhr. R.J. Bloem, dhr. R.J. Jongeling en dhr. S.H. Schaafsma. Dhr. Jongeling en dhr. Schaafsma stellen zich herkiesbaar en het bestuur stelt hen kandidaat. Voor de opvolging van dhr. J.J. Breeman en dhr. R.J. Bloem stelt het bestuur mw. drs. H.B. Verhage en dhr. drs. P.G.M. Kop kandidaat.*
g Vaststelling contributie '97-'98. Het bestuur stelt voor de contributie vast te stellen op *f* 75,–.

Themagedeelte (studiedag)

Thema:
'Vernieuwing: nuttig en recreatief'

Het themagedeelte van de jaarvergadering wil het nuttige van de wiskunde met het aangename verenigen. Weer zijn grote veranderingen in het wiskundeonderwijs op til. Die veranderingen zijn onder meer gedacht vanuit aansluiting op beroepsopleidingen; als tegenwicht van dit nuttige zal ook de (re)creatieve kant van de wiskunde op deze dag in het zonlicht worden gezet. Centraal zullen daarom staan:

- de veranderingen in het gebied van 12-16 en de vraag of de leerplannen uit 1992 voldoen;
- de programma-differentiatie bij vbo/mavo en de gevolgen daarvan voor wiskunde;
- de herprofilering bij havo en vwo en de gevolgen voor de inhoud en vormgeving op wiskundig gebied in de verschillende profielen;
- het uitdragen van het geloof dat de wiskunde nooit zonder plezier bedreven **mag worden**.

Er zullen in verband met deze onderdelen allerlei activiteiten zijn: lezingen, werkgroepen, tentoonstellingen, mogelijkheden voor gedachtenuitwisseling.

In het volgende nummer van Euclides zal een uitvoerig overzicht van alle studiedagonderdelen worden gepubliceerd.
Noteer nu alvast voor 16 november: 'Nuttig en recreatief'.

Huishoudelijk gedeelte

h Rondvraag.
i Sluiting door de voorzitter.

Noot

* Tot achtentwintig dagen na het verschijnen van deze oproep kunnen eveneens andere leden van de vereniging schriftelijk worden voorgedragen bij het bestuur door tenminste vijf leden.

Aankondiging

Vakantiecursus 1996

Het Centrum voor Wiskunde en Informatica organiseert dit jaar weer de vakantiecursus voor leraren in de exacte vakken. Het onderwerp van deze cursus is:

Hoe Chaos de orde verstoorde.

De cursus wordt gehouden te:

Eindhoven:
22 en 23 augustus

Amsterdam:
30 en 31 augustus

Op het programma staan o.a.: De werveltheorie van Descartes; Poincaré; Bifurcatie; Fractals; Chaos en het weer.

De deelnamekosten bedragen *f* 75,– exclusief maaltijden.

Voor nadere inlichtingen en toezending van de uitgebreide brochure kunt u contact opnemen met:
Mevrouw M. Bruné
Centrum voor Wiskunde en Informatica
Postbus 94079
1090 GB Amsterdam
tel. 020-5924058
fax 020-5924199
email: Mieke.Brune@cwi.nl.

Toespraak van Hans van Lint ter herdenking van Jan Breeman

Op 23 maart werd in het Coenecoop College te Waddinxveen, waar Jan Breeman werkzaam was, een bijeenkomst gehouden om op passende wijze aandacht te schenken aan de betekenis van Jan Breeman voor de school en voor het wiskundeonderwijs in het algemeen. De voorzitter van de NVvW hield daar de volgende toespraak.

Ellen Breeman, kinderen en familie van Jan Breeman, dames en heren.

Namens de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren condoleer ik u met het verlies van Jan Breeman. Wij als vereniging verliezen een uiterst bekwaam bestuurder.

In oktober 1989 werd Jan benoemd in ons bestuur en hoewel een nieuwkomer de zaak altijd een tijdje mag aankijken heeft Jan op de eerste vergadering al een heel belangrijke klus op zich genomen.

In Nederland werd toen al een aantal jaren het nieuwere en ook internationaal gezien unieke vak wiskunde-A onderwezen. In dat vak kwamen veel meer dan bij de traditionele wiskunde, maatschappelijk geörienteerde, realistische, wiskundige problemen aan de orde. Er werd daarbij meer creativiteit van de leerlingen verwacht en het nut van wiskunde in de praktijk werd voor leerlingen duidelijker. De variatiemogelijkheden voor vraagstukken werd gigantisch uitgebreid en u begrijpt dat er dus behoefte ontstond aan een begrenzing van de mogelijke opdrachten voor de leerlingen.

Jan Breeman was een vurig voorstander van dit nieuwe vak wiskunde-A. Door zijn grote creativiteit en didactische gaven was Jan ook een docent die in staat was zijn leerlingen uitstekend voor te bereiden op de vaak zeer originele opgaven bij een eindexamen.

De NVvW heeft toentertijd een werkgroep ingesteld, de WIEWA (Werkgroep Interpretatie Eindexamenprogramma Wiskunde-A) om een afbakening van de leerstof vast te leggen en Jan heeft de coördinatie van het werk en het voorzitterschap van de werkgroep op zich genomen. Hij heeft door zijn vermogen om op een plezierige manier met allerlei soorten mensen om te gaan, de diverse meningen bij elkaar gebracht. Hij heeft de conclusies zeer helder en eenvoudig weten te formuleren en op papier gezet. Een nieuw element in het rapport, door Jan bedacht, was het feit dat niet alleen opgenomen is wat gekend moet worden maar ook vele verwante zaken die niet als bekend verondersteld mogen worden.

Het rapport van de WIEWA is met veel instemming begroet en heeft een officiële status gekregen.

De samenstelling van eindexamenopgaven is een bezigheid die van de docenten die daarmee bezig zijn originele ideeën vraagt en uiteraard een zeer grote mate van accuratesse. Dat de formuleringen helder en duidelijk moeten zijn en dat het niveau goed ingeschat moet worden spreekt bijna vanzelf. Ik kan u verzekeren dat het een uiterst moeilijk werk is en het zal u niet verbazen dat Jan ook daarvoor vele jaren gevraagd is. Zijn sterke punten waren precies die punten die nodig waren voor dat werk en hij heeft het dan ook altijd bijzonder goed gedaan.
Hij heeft meegewerkt zowel in een ACD waar de voorstellen voor opgaven gemaakt worden, als in de vaksectie havo/vwo wiskunde van de CEVO waar de goedkeuring plaats vindt, als bij het Cito waar de technische afwerking plaats vindt. De NVvW organiseert altijd regionale examenbesprekingen die eerst centraal goed voorbereid worden. Met name voor het vak wiskunde-A zijn deze van groot belang en de leiding die Jan gaf, getuigde altijd van een zeer gedegen voorbereiding en begrip voor de problemen die er lagen.

In verband met de geplande ontwikkelingen voor de toekomst van de bovenbouw van het havo en vwo, zijn anderhalf jaar geleden vakontwikkelgroepen (VOG) ingesteld. Bij wiskunde gaat er weer veel veranderen en voor de diverse profielen moesten er 9 verschillende programma's ontworpen worden.
U zult begrijpen dat het bestuur van de NVvW o.a. Jan Breeman voorgesteld heeft toen haar gevraagd werd namen te noemen van geschikte mensen voor die VOG. Vol overgave heeft Jan ook die taak tot een goed einde gebracht. Zonder anderen te kort te doen geloof ik dat we kunnen zeggen dat Jan een zeer belangrijk aandeel gehad heeft in het tot stand komen van de vele nieuwe aangepaste programma's. Ook hier was hij degene die veel werk verzet heeft om een en ander goed op papier te krijgen en om de verschillende veldraadplegingen goed te laten verlopen.

In de voorstellen komen naast verplichte onderdelen ook vrij te kiezen kleine studiethema's voor de leerlingen. Het bestuderen van deze thema's is in het belang van de bevordering van zelfstandig leren en kan leerlingen met andere leuke aspecten van de wiskunde laten kennis maken. Jan was een zeer groot voorstander van deze onderdelen van de nieuwe programma's en heeft de ruimte die hiervoor moet komen gedoopt tot de ZEBRA-ruimte als gevolg van de manier waarop ze in de schema's voorkwamen.

Jan heeft een grote liefde gehad voor de computer. Hij kreeg, denk ik, uit zo'n p.c. alles wat er maar uit te krijgen was. Bij onze jaarvergaderingen en onze regionale bijeenkomsten had hij elke keer weer nieuwe vondsten op het gebied van de informatievoorziening of de reclame voor de vereniging. Hij verzorgde op zijn eigen wijze het programmaboekje en voorzag dat ook van aardige wiskundige denkertjes. Die waren dan voor de deelnemers om in de trein op de terugreis op te lossen.

Tijdens bestuursvergaderingen is vaak gebleken dat Jan juist op de moeilijke momenten, als er duidelijk verschillende meningen waren, door een paar tactvolle opmerkingen of door een meestal zeer bescheiden gepresenteerd voorstel voor zinsneden in een te maken document, wist te zorgen dat we uit een impasse raakten.

Hij heeft een aantal jaren geleden een belangrijk aandeel gehad bij het ontwerpen van een nieuwe verenigingsfolder en hij heeft ook de leuzen bedacht:
'Sinds 1925 in het onderwijs en nog steeds actief'
en voor onze regionale bijeenkomsten:
'De vereniging komt naar u toe'.

Aangezien Jan zelf altijd veel succes had met zijn vele demonstratiespullen heeft hij ook de aanzet gegeven tot het inkopen van dergelijke zaken voor de leden. De verspreiding van de artikelen onder de leden zal ongetwijfeld veel docenten geholpen hebben om lessen attractiever te maken.

Ondanks het feit dat Jan ogenschijnlijk altijd uiterst serieus bezig was, kon hij ook regelmatig heel geestig uit de hoek komen. Hij had een bijzonder fijn gevoel voor humor. Hij was uiterst integer, spotte niet maar zag de relativiteit van veel moeilijkheden in en wist dat gezellig over te brengen.

Meningsverschillen kon je met hem nog wel hebben, ruzie was onmogelijk. Hij wist bij problemen altijd begrip op te brengen voor het standpunt van de anderen.

Jan is in veel opzichten een workaholic geweest, en vrijwel altijd ten dienste van de leerlingen, docenten of het wiskundeonderwijs in het algemeen. Werkzaamheden die hij op zich genomen had, kwamen ook altijd voor elkaar.
Ik kan mij voorstellen dat het voor zijn gezin wel eens moeilijk geweest is te zien hoeveel tijd hij in wiskunde en de computer gestoken heeft, maar laten we nooit vergeten wat een prachtig werk hij voor ons achterlaat.

Wij hebben veel verdriet omdat hij er niet meer is, maar we zullen ons hem blijven herinneren als een hele grote, een kanjer, een fijne vriend, een man die in heel veel opzichten voor ons een voorbeeld is geweest en ons heel veel heeft geleerd.
De familie en de vele vrienden wens ik alle sterkte toe bij het verwerken van dit grote verlies.

Hans van Lint

Mededeling

Bezemexamen Wiskunde

Het Examenbureau VBO heeft besloten voor 1997 een bezemexamen wiskunde volgens het B-programma vast te stellen voor die leerlingen die in 1996 afgewezen zijn.

Oproep

Wereldwiskunde Fonds

Binnenkort ontvangt u een acceptgirokaart om de contributie aan de NVvW voor volgend jaar te voldoen.
Wij roepen alle leden op om *ƒ* 5,- extra te betalen voor het Wereldwiskunde Fonds, ter ondersteuning van het wiskundeonderwijs in de Derde Wereld. Dan kunnen wij weer nieuwe projecten subsidiëren.

De werkgroep
Wereldwiskunde Fonds

Boekbespreking

E. Simons, B. Lagerwerf
De nieuwe wiskunde in het (I)VBO
(60 pagina's)
Wolters-Noordhoff Groningen 1995
ISBN 9001 80070 X
Prijs: *f* 24,90
Besteladres: Wolters-Noordhoff
Antwoordnummer 13
9700 VB Groningen

Voor leerlingen bij het (I)VBO blijkt het nieuwe leerplan wiskunde een gouden greep. Dat is niet zo verwonderlijk. Vooral het feit dat deze wiskunde direct aansluit bij de leefwereld is voor deze leerling van doorslaggevende betekenis.
De tijd dat (I)VBO-leerlingen eindeloos sommetjes bleven maken die ze op de basisschool niet onder de knie kregen en waarin ze na vier jaar voortgezet onderwijs nauwelijks vorderingen hadden gemaakt is gelukkig voorbij.
Vol trots laten deze kwetsbare leerlingen aan ieder die het wil zien dat ze "hetzelfde boek" gebruiken als hun oude basisschoolkameraadje dat naar de MAVO ging. De vorming van brede scholengemeenschappen heeft er mede voor gezorgd dat volwaardige IVBO-edities verschenen bij de methodes.
Paradoxaal genoeg is deze taalrijke wiskunde bij de taalzwakke leerling goed aangeslagen.
Niet zonder problemen overigens, daar staat de betrokken leerling wel borg voor!
Het is van het APS dan ook een goede gedachte geweest over de problematiek van wiskunde in het (I)VBO een boekje te schrijven.

Inhoud
Het boekje heeft vier hoofdstukken: Taalgebruik, materiaalgebruik, huiswerk en opvallende leerlingen.
De inbreng van docenten die dagelijks met IVBO-leerlingen werken is duidelijk merkbaar in het boekje.

Al lezende verschijnt de docent die, als de standwerker op de weekmarkt, in staat is een koelkast aan een eskimo te verkopen. De situaties in de klas die opgevoerd worden zijn herkenbaar, de oplossingen vaak ook.
Toch is het goed dat er een boekje is verschenen dat een en ander in een kader zet. De docent die met de nieuwe methoden werkt kan wel een steuntje in de rug gebruiken.
Nog een enkele kritische noot. Voor direct gebruik in de klas, als naslagwerkje of in het geval van 'nog eens even kijken' is het boekje wat te taalrijk, hoewel de schema's aan het eind van de hoofdstukken dit enigszins compenseren.
Verder zal de gemiddelde docent gebaat zijn bij meer voorbeelden aan de hand van de door haar of hem gebruikte methode.

Al lezende in het boekje, met de kwetsbare (I)VBO-leerling voor ogen, is het toch doodzonde dat deze vorm van onderwijs – ondanks of juist dankzij de voorgestelde veranderingen als gevolg van Van Veen – zo op de tocht staat.
Hopelijk is dit voor alle betrokkenen lezenswaardige boekje niet het laatste dat voor deze groep is geschreven. Aanbevolen, met name aan docenten (I)VBO en studenten aan lerarenopleidingen!

Bram van der Wal

Persbericht

Speuren op het Spoor

Hoe kun je in de trein iedereen laten zitten met gebruik van zo weinig mogelijk materieel? Dit wiskundige probleem is in opdracht van de Nederlandse Spoorwegen onderzocht op het CWI (Centrum voor Wiskunde en Informatica) in Amsterdam. Het CWI is het onderzoeksinstituut van de Stichting Mathematisch Centrum (SMC). In het kader van haar 50-jarig jubileum schrijft de SMC een wedstrijd uit, waarin wordt gevraagd een relatief eenvoudige versie van dit probleem op te lossen, namelijk de optimale inzet van treinstellen op de intercity-lijn Amsterdam-Vlissingen. De hoofdprijs bedraagt Hfl 2.500. Eenzelfde bedrag is beschikbaar voor de beste inzending onder scholieren. De deadline voor inzending is *15 juli 1996*. Een folder met de volledige omschrijving van het probleem en het in te zenden wedstrijdformulier is te krijgen op het volgende adres:

CWI
Jubileumwedstrijd
Postbus 94079
1090 GB Amsterdam
Tel. 020-5929333
http://www.cwi.nl/Jubileum/Speuren

Boekbespreking

Marjolijn Witte
Meisjes meegerekend
academisch proefschrift, 1994
Universiteit van Amsterdam

Op 18 maart 1994 is aan de Universiteit van Amsterdam Marjolijn Witte gepromoveerd. Zij heeft een studie gemaakt van het verschijnsel van het afhaken van meisjes in het wiskundeonderwijs. In haar proefschrift doet zij verslag van haar onderzoek.

Marjolijn Witte is opgeleid als sociologe en vanuit dit perspectief heeft zij het genoemde verschijnsel bestudeerd. Haar invalshoek is met name die van de theorie van veranderingsprocessen geweest. In deze bespreking zal ik me echter beperken tot aspecten die voor het wiskundeonderwijs relevant zijn.

Het eerste deel van de studie geeft een historische beschrijving van het verschijnsel van het afhaken van meisjes. Ook wordt ingegaan op mogelijke (biologische en sociale) verklaringen. Vervolgens analyseert zij de pogingen die er vanuit de didactiek van de wiskunde en dientengevolge in het leerplan zijn geweest om iets aan dat afhaken te doen. Daarbij beschouwt ze de ‘moderne’ wiskunde, realistisch wiskundeonderwijs, heuristisch wiskundeonderwijs en wiskundeonderwijs speciaal voor meisjes. Haar conclusie is dat deze pogingen tot geen of veel te weinig effect hebben geleid.

In het tweede deel kiest ze een andere invalshoek: het afhaken kan niet echt worden aangepakt zolang de inhoud van de onderwezen wiskunde niet aan de orde wordt gesteld. In het huidige wiskundeonderwijs wordt wiskunde gezien als een (gesloten) systeem waarbij een model voor een bepaald stukje werkelijkheid wordt gepresenteerd en waarop vervolgens een ‘calculus’ (een verzameling rekenregels) wordt losgelaten. In het beste geval wordt wel aandacht gegeven aan het proces dat tot dat model leidt, maar in feite is dat – wat gechargeerd gesteld – schijn, want het gaat niet om het model, maar om het toepassen van de calculus (deze formulering is van mij, niet van Marjolijn Witte). De modellen en de bijbehorende calculus zijn door experts (wiskundigen, wiskundedocenten) bedacht. Zij geeft aan deze wiskunde de naam expertwiskunde. Haar stelling is dat een leerling die zich niet aan de expertwiskunde conformeert (niet wil of kan conformeren), zal afhaken. Want deze expertwiskunde is gericht op één ideale gebruiker afgestemd: de wiskundige, natuurwetenschapper, technicus. En de individuele leerling lijkt volstrekt niet op die ene, ideale gebruiker. De meeste mensen hebben deze wiskunde niet nodig. Want er zijn bijvoorbeeld maar heel weinig situaties waarin de expertwiskunde bruikbaar is.
Haar oplossing is, een radicaal andere wiskunde op school te onderwijzen: wiskunde als open denksysteem. Daarin staan centraal de eigen ervaringen van de leerlingen en niet de door anderen bedachte abstracties. Die eigen ervaringen worden vervolgens geordend, op grond van deze ervaringen worden objecten gevormd en geformuleerd, en deze objecten worden met elkaar in verband gebracht. Deze benoemde en gestructureerde objecten worden tenslotte gebruikt om tot competenter handelen te komen. Deze wiskunde noemt Marjolijn Witte gebruikerswiskunde. Deze wiskunde is immers niet gericht op die ene, ideale gebruiker van de expertwiskunde, maar iedereen kan gebruiker worden, die op deze wijze tot competenter handelen komt. In deze opvatting speelt bijvoorbeeld sexe geen rol. Een voordeel is verder dat hier niet noodzakelijk een calculus aan gekoppeld wordt. Deze visie op wiskunde wordt vooral ontleend aan het werk van Brouwer en Freudenthal in zijn vroege periode, die hebben betoogd dat wiskunde niet op de werkelijkheid steunt.
Er volgen dan geen voorbeelden van gebruikerswiskunde, maar aanzetten ertoe: LOGO (maar dat lijkt mij eerder een non-voorbeeld met de voorgeprogrammeerde regeltjes), het werk van Kees van Balen en Rose Flower (wiskundedocente van het jaar 1991 in Engeland), bepaalde experimentele pakketjes uit W12-16 en de geïntegreerde wiskundige activiteiten uit het W12-16-leerplan.

Hoe beoordeel ik nu deze studie? Positief, waar het betreft de beschrijving en analyse van het afhaken, en moedig waar het om de oplossingsrichting gaat: de inhoud van het wiskundeonderwijs fundamenteel ter discussie stellen; en een beetje teleurstellend in de gepresenteerde aanzetten. Wreekt zich hier dat de schrijfster niet wiskundig opgeleid is en geen wiskundeonderwijservaring heeft?
En vervolgens roept de studie vele vragen op. Ik noem er een paar. Wat moet er met de expertwiskunde gebeuren, die in sommige andere vakken en vervolgopleidingen een dominante rol speelt en waarin dus leerlingen ook onderwezen moeten

▼ Vervolg op pag.288

Richtlijnen voor auteurs

Aanleveren
Kopij dient bij voorkeur te worden aangeleverd op een diskette (3,5 of 5,25 inch) in WP5.1 (MS-DOS) of ASCII-bestand. Gedrukte of geschreven kopij kan vertraging opleveren. De tekst mag geen lay-out bevatten. De tekst moet zo kaal mogelijk worden aangeleverd, zonder woordafbrekingen e.d.; geef alinea's wel met harde returns aan.
Lever bij de diskette altijd een drietal afdrukken van de tekst aan, waarop bijvoorbeeld staat aangegeven waar u de illustraties had gedacht.

Tekst
Maak een korte, bondige titel; vermeld de naam van de auteur zonder eventuele titels. Paragrafen worden aangeduid met korte tussenkoppen (maximaal 23 aanslagen); per kopje vervallen er 4 regels basistekst.
De basistekst komt in een 3-koloms stramien. Een volle pagina telt 3 × 54 = 162 regels van 35 aanslagen per regel.
Wiskundige artikelen komen in een 2-koloms stramien. Een volle pagina telt hier 2 × 54 = 108 regels van 58 aanslagen per regel.

Illustraties
Voorzie uw tekst van toepasselijke illustraties.
Tekeningen, grafieken: scherpe figuren met zwarte pen of inkt gemaakt, of geprint op een goede printer.
Tabellen: scherp origineel op apart vel aanleveren.
Foto's: liefst zwart/wit met scherp contrast.
Voorzie illustraties van een verklarend bijschrift (op apart vel; bij meer illustraties zowel de illustraties als de bijschriften nummeren). Indien een illustratie op een bepaalde plaats in de tekst moet worden opgenomen dient dit duidelijk te worden aangegeven.

Verschijningsdata van Euclides
Omstreeks de 1e van de maanden september, december en mei; omstreeks de 15e van de maanden oktober, januari, februari, maart en juni.
Kopij voor het volgend nummer moet uiterlijk 10 weken voor verschijning geaccepteerd zijn door de redactie; voor de acht middenpagina's (in artikelen voor deze bladzijden mogen geen illustraties, tabellen of formules voorkomen!) geldt een termijn van 7 weken.

Adressen van auteurs

D. Beckers
Merelstraat 16
6542 WJ Nijmegen

T. Goris
Gebr. de Koningplantsoen 29
5583 EM Aalst-Waalre

M.C. van Hoorn
Noordersingel 12
9901 BP Appingedam

J.W. Maassen
Traviatastraat 132
2555 VJ Den Haag

J.C. Perrenet
R.L. Fac. Alg. Wetensch.
Postbus 616
6200 MD Maastricht

S.H. Schaafsma
Betuwepad 25
5691 LM Son

W. Schaafsma
Kolbleikolk 6
8017 NJ Zwolle

R. Tijdeman
Wiskunde RUL
Postbus 9512
2300 Leiden

G. Zwaneveld
Bieslanderweg 18
6213 AJ Maastricht

Kalender

26 juni 1996
Utrecht

Bestuursvergadering NVvW

26, 27 en 28 juni 1996
Nijmegen

Workshop
'Propaedeutische wiskunde'
in de 19e eeuw
(zie Euclides 71-7, blz. 231)

22 en 23 augustus 1996
Eindhoven

Vakantiecursus CWI
(zie bladzijde 269)

30 en 31 augustus 1996
Amsterdam

Vakantiecursus CWI
(zie bladzijde 269)

13 september 1996
Eindhoven

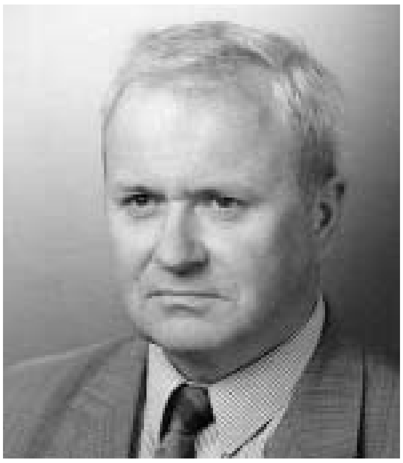
Tweede ronde Wiskunde
Olympiade in de TU

16 november 1996
Bilthoven

Jaarvergadering/studiedag
NVvW
(zie bladzijde 269)

Martinus van Hoorn gaat, Kees Hoogland komt.

Bert Zwaneveld



Martinus van Hoorn

Op 1 april jongstleden is **Martinus van Hoorn**, na bijna 9 jaar als hoofdredacteur te zijn opgetreden, met zijn werk voor Euclides gestopt. Ongeveer een jaar geleden had hij dat bestuur en redactie al laten weten. ‘Er moet maar eens een jonger iemand het roer in handen nemen.’ Overigens, zo oud is Martinus nog niet, kortgeleden is hij pas (?) 50 geworden. Martinus’ periode als hoofdredacteur wordt gekenmerkt door de recente uiterlijke verandering van Euclides en door de sterke nadruk die hij steeds gelegd heeft op het feit dat Euclides het vakblad van de wiskundeleraar is. De inhoud van Euclides moet zo informatief zijn dat elke wiskundeleraar er wat aan heeft voor zijn dagelijks werk. Die aandacht voor het werk van de wiskundeleraar blijkt uit de aandacht in Euclides voor wat er de afgelopen en komende jaren aan de hand was en is: W12-16, de basisvorming, de afsluiting daarvan (dat daarbij af een toe het Cito op de korrel werd genomen is onvermijdelijk), de komende veranderingen in de bovenbouw vwo-havo, besprekingen van boeken die een hulp bij de verlevendiging van de lessen kunnen zijn, verslagen van regionale bijeenkomsten en de nationale wiskundedagen, en nog veel meer, te veel om hier allemaal op te sommen. Ook de ‘gewone’ wiskundeleraar moest in Euclides aan het woord komen. En omdat het erop lijkt dat die gewone wiskundeleraar niet zo gemakkelijk zelf de pen grijpt liet Martinus hem en haar aan het woord door middel van een interview. En daarbij werd geen schoolsoort of denominatie overgeslagen.
De rubriek ‘40 jaar geleden’ werd ook door Martinus verzorgd. Uit deze stukjes bleek vaak dat er tegenwoordig niet altijd iets nieuws onder de zon is.
Kortom: alle lopende ontwikkelingen volgde hij op de voet, inhoudelijk, journalistiek, maar soms, met name in de korrels en dan niet altijd tot ieders genoegen, ook kritisch.
Naast dit voor iedere lezer zichtbare deel van Martinus’ werk voor Euclides is wellicht het onzichtbare deel nog belangrijker. Na raadpleging van de redactie zorgde hij ervoor dat een ingestuurde bijdrage kwalitatief het best mogelijke artikel werd. Daarvoor ging hij in de slag met de auteur, en meestal wist hij die ervan te overtuigen dat het nog beter kon.
Namens het bestuur en de redactie bedank ik Martinus van Hoorn voor al het werk dat hij de afgelopen jaren voor Euclides heeft gedaan.

Met het vertrek van de vorige hoofdredacteur kan ook de nieuwe hoofdredacteur verwelkomd worden: **Kees Hoogland**. Hij heeft op allerlei terreinen van de didactiek van de wiskunde zijn sporen verdiend: leraar, wiskundelerarenopleider, auteur, nascholer, en wat niet al meer. Hij heeft op zich genomen Euclides op ten minste hetzelfde, maar zo mogelijk op een nog hoger niveau voort te zetten.
Bestuur en redactie wensen hem daarbij alle succes.

Kees Hoogland

In dit artikel willen we het Platform MTO (letterlijk) een gezicht geven en een aantal oproepen plaatsen.

Platform MTO

Michel van Glabbeek, Tom Goris, Jacob Hop en Jelle Kat

Wie is wie in het platform?

Michel van Glabbeek
Michel heeft bouwkunde en wiskunde gestudeerd aan HTS en TH. Hij is sinds 1983 verbonden aan het Europa College, voorheen MTS Gijsbrecht van Aemstel, als docent wiskunde, computerkunde en bouwkundige vakken.
In ’90 en ’91 zat hij in de COW, de commissie die verantwoordelijk was voor het leerplan wiskunde in de onderbouw. Sinds die tijd is hij hevig verontrust over de situatie van het vak in het MTO, het MTO is niet voorbereid op de nieuwe leerling, en dus bezig om hier iets aan te doen.
Michel is co-auteur van ‘Schakelmodulen voor het MTO’ van Stamtechniek i.s.m. het APS. Ook is hij betrokken bij het ontwikkelen van wiskunde-courseware: POCO-project en schakelmodulen i.s.m. het APS en ECC.
Na een workshop van de NVvW is Michel in contact gekomen met een groep gelijkgestemden waaruit later het Platform zou ontstaan.
Michel is 46 jaar, getrouwd en heeft twee kinderen.

Tom Goris
Tom was de afgelopen 7,5 jaar werkzaam op het Technisch Lyceum Eindhoven als docent wis-, natuur- en computerkunde.
Door een teruglopend leerlingenaantal kwam daar helaas onlangs een einde aan. Tom is nu, zoals hij zelf zegt, ‘transfervrij’ en hoopt binnenkort voor een groot deel aan de slag te kunnen in het MTO wis- en natuurkundeproject. Tom heeft zich tijdens zijn eerstegraads wiskunde-opleiding zeer intensief bezig gehouden met wiskunde-A en heeft de alzo verworven attitude en kennis getransformeerd naar het MTO-veld. Tom is mede-auteur van het boek ‘Elektrische en magnetische velden’ uit de serie Elektro-2000 van SMD.
In dit boek is geprobeerd de mathematisch zeer abstracte veldentheorie concreet en aanschouwelijk te maken voor MTO-leerlingen.
Tom is 36 jaar, getrouwd en heeft twee kinderen.

Jacob Hop
Jacob is docent wiskunde/informatica aan het Randmeer College te Harderwijk. Jacob heeft een tweedegraads bevoegdheid voor wiskunde en Duits, volgens eigen zeggen een unieke combinatie. Na zijn studie heeft hij drie jaar gewerkt op een school voor Havo en Atheneum in Ermelo. In die periode haalt hij ook zijn eerstegraads bevoegdheid

Van links naar rechts: Jacob Hop, Michel van Glabbeek, Tom Goris, Jelle Kat.

voor wiskunde. Vanaf 1982 werkt hij als docent wiskunde en in eerste instantie ook Duits aan de Chr. MTS in Harderwijk.
Vanaf 1990 is Jacob belast met de coordinatie voor de AVO-vakken binnen de verschillende afdelingen. Op deze manier heeft hij zich reeds in een vroeg stadium ingezet om het MBO te mobiliseren om zich tijdig voor te bereiden op de veranderigen die zich in het voortraject afspelen. Vanaf 1993 geeft hij ook wiskunde-B op havo en atheneum in de sector volwassenenonderwijs op het Randmeercollege. In 1995 wordt Jacob benoemd tot coördinator kwaliteitszorg, een functie die door de invoering van de WEB op veel MBO-colleges nieuw is. Jacob is 39 jaar, getrouwd en heeft twee kinderen.

Jelle Kat
Jelle heeft wis- en natuurkunde gestudeerd aan de lerarenopleiding in Groningen. Hij is sinds 1980 verbonden aan de sector Techniek van het Aa-College te Groningen als docent wiskunde. Hij was lid van de werkgroep ‘Implementatie Nieuwe Eindtermen Techniek’ na de SVM-operatie en is vanaf het eerste begin nauw betrokken bij de oprichting van het Platform en de daarmee samenhangende contacten met de instellingen die nu hun schouders zetten onder de ontwikkeling van een nieuw leerplan wiskunde (en natuurkunde) voor het MTO.
Daarnaast is hij lid van de ‘Ontwikkelgroep Wiskunde’ in het kader van de Revisie Examenprogramma’s mavo/vbo; de nieuwe examenprogramma’s worden in opdracht van het ministerie van OC&W door de SLO ontwikkeld.
Jelle is 44 jaar, getrouwd en heeft twee kinderen.

Korte impressie van de workshops

Tijdens de regionale bijeenkomsten van de NVvW heeft het Platform in Zwolle, Amsterdam, Eindhoven en Rotterdam workshops verzorgd onder de titel ‘Een nieuwe leerling, een nieuw leerplan’. In deze workshops is veel informatie verschaft over de nieuwe basis- en doorstroomeindtermen en over het FI/HVU-project. Er is uitgebreid gediscussieerd over de aansluiting met het voortraject, de wijze waarop de eindtermen tot stand gekomen zijn, de inhoud van de eindtermen en hoe het te ontwikkelen materiaal bij deze eindtermen er uit gaat zien en de wijze waarop het materiaal in de scholen geïntroduceerd gaat worden. Een voorzichtige eerste conclusie is dat de aanwezigen op de workshops er al van doordrongen zijn dat er veel gaat veranderen maar dat er nog veel moet gebeuren om het hele veld zover te krijgen.

Oproep I

We willen het Platform uitbreiden met een aantal mensen. We moeten ons gaan bezinnen op de manier waarop we zoveel mogelijk collega’s uit het veld kunnen bereiken, verenigen en vertegenwoordigen.
Daartoe moet er een stroom van MTO-georiënteerde artikelen in Euclides op gang komen én moeten we er voor zorgen dat deze spreekbuis ook door zoveel mogelijk collega’s gehoord wordt. Om dit te realiseren is uitbreiding noodzakelijk. Het Platform heeft nog geen vaste vergadertijd en -plaats. Indien u (Paul?, Reinier?) zich kunt herkennen in de doelstellingen van het Platform, zie Euclides 6, neem dan contact op met Tom Goris
(Gebr. de Koningplantsoen 29,
5583 EM Aalst-Waalre,
tel 040-2219118).

Oproep II

Het Platform wil een *eigen logo* hebben. We roepen het MTO-veld op om een logo te ontwerpen. De ontwerper van het te voeren logo kan een bescheiden boekenbon tegemoet zien. Leden van het Platform zelf zijn niet uitgesloten van deelname. Stuur uw ontwerp naar Tom Goris.

Het Platform:

Michel van Glabbeek
Europa College, Amsterdam

Tom Goris
Technisch Lyceum Eindhoven

Jacob Hop
Randmeer College, Harderwijk

Jelle Kat
Aa College, Groningen

2e Mathematische Modelleercompetitie Maastricht 1996

Jacob Perrenet

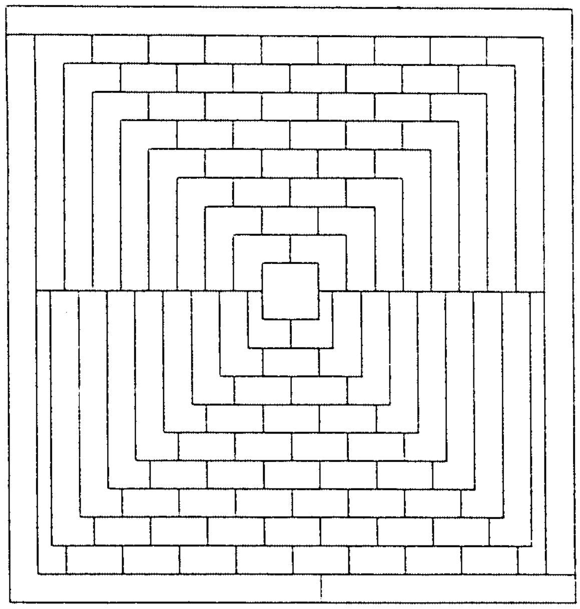
Inleiding

Op zaterdag 27 januari 1996 werd de tweede Mathematische Modelleercompetitie Maastricht gehouden. De wedstrijd werd evenals vorig jaar georganiseerd door de vakgroep Kwantitatieve Economie van de Faculteit der Economische Wetenschappen en de vakgroep Wiskunde van de Faculteit der Algemene Wetenschappen van de Rijksuniversiteit Limburg. Gedurende twee-en-een-half uur bogen 48 jongens en 18 meisjes zich over vijf opgaven. De deelnemers waren vijfde- en zesdeklassers vwo, afkomstig van 13 scholen uit Nederland en België. Er waren in totaal 18 teams. De begeleidende leerkrachten werden onthaald op een programma met lezingen over onderwerpen uit de Econometrie en de Kennistechnologie, gegeven door docenten van deze beide exacte opleidingen van de RL.
In vergelijking met de vorige keer was er een verschuiving van de deelname uit België naar die uit Nederland. Voor de Nederlandse scholen was dat te verklaren uit de keuze voor een vroegere datum; de eerste lag te dicht bij het schoolonderzoek. Vanuit België werden als verklaring geluiden opgevangen als zou men minder kans hebben dan de Nederlandse deelnemers vanwege het toegepaste karakter van de problemen. Het is inderdaad zo, dat het Belgisch wiskundeonderwijs een hogere graad van abstractie kent tegenover de hogere toepassingsgraad van het Nederlandse wiskundeonderwijs.
Winnaar werd het Katholiek Gelders Lyceum uit Arnhem met het team bestaande uit Thomas Barten (6 vwo), Pieter Eendebak (5 vwo) en Hildeward Hoenderken (6 vwo) met docent Thijs van der Velden. De winnaar van vorig jaar, het Lorentz-Lyceum uit Eindhoven, behaalde nu een eervolle tweede plaats.
Hierna geven we eerst de vijf opgaven en daarna bespreken we globaal de oplossingen die werden geproduceerd.

De opgaven

Opgave 1: het kleuringsprobleem

Het volgende plaatje bevat vlakken, die gekleurd moeten worden. Vlakken die elkaar raken dienen ongelijke kleuren te krijgen. Kleur nu de vlakken met een minimaal aantal kleuren. Laat zien dat minder dan het gebruikte aantal niet mogelijk is.



Figuur 1: te kleuren vlakken bij opgave 1

Opgave 2: een roosterprobleem

Op een middelbare school in het zuiden des lands wordt een rooster gemaakt voor zestien leraren en zestien klassen. In de tabel van figuur 2 worden de klassen aangeduid met de cijfers 1 tot en met 16, en de leraren met de letters A tot en met P. De combinaties van leraren en klassen die in de tabel een leeg hokje (dus geen x) hebben, dienen een lesuur toegekend te krijgen.

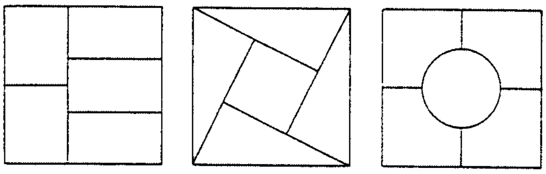
Hiervoor hebben we keuze uit de volgende uren: u1, u2, u3, …, u12. In iedere kolom behorende bij een leraar, mag ieder uur ten hoogste één keer voorkomen. In iedere rij behorende bij een klas, mag ieder uur ook slechts één keer voorkomen. Vul onderstaande tabel in zodanig dat zo weinig mogelijk verschillende uren gebruikt worden om aan deze eis te voldoen.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1		x	x	x						x	x	x		x	x	
2	x	x			x	x			x	x	x	x				
3			x					x	x		x		x	x	x	x
4	x			x			x	x		x				x	x	x
5	x	x	x		x		x						x		x	x
6		x			x	x	x			x	x	x	x			
7		x	x	x				x		x	x	x				x
8		x			x		x	x	x	x			x	x		
9		x		x	x	x	x		x			x	x			
10	x					x	x		x			x	x		x	x
11	x		x				x	x			x			x	x	x
12				x				x	x	x			x	x	x	x
13	x					x	x	x	x			x	x	x		
14	x		x	x	x	x					x			x	x	
15	x	x	x	x	x	x			x			x				
16			x	x	x	x		x		x	x					x

Figuur 2: rooster bij opgave 2

Opgave 3: land verdelen

Een boer heeft een vierkant stuk land van 500m bij 500m. Hij is van plan het land eerlijk onder zijn vijf zonen te verdelen, dat wil zeggen dat iedere zoon een vijfde deel van het land zal krijgen. Om de vijf delen te markeren zal extra afrastering moeten worden geplaatst. Daarom zoekt de boer naar een opdeling waarvoor zo weinig mogelijk afrastering nodig is. Neem de volgende voorbeelden.



(a) (b) (c)

Figuur 3: voorbeelden bij opgave 3

1 Bepaal de totale lengte van de benodigde afrastering voor de voorstellen (a), (b) en (c).

2 Vind een vierde opdeling met minder benodigde afrastering en bereken de daarbij behorende lengte.

Opgave 4: een weet/weet-niet spel

Anne kiest twee positieve gehele getallen $a, b \in \{1, \ldots, 15\}$. Alleen aan Eva vertelt zij het getal a^2+b^2 en alleen aan Sander vertelt zij het getal $a + b$. Vervolgens vertelt ze aan beiden dat zij aan beiden verteld heeft dat zij aan Eva de som van de kwadraten van twee getallen uit $\{1, \ldots, 15\}$ genoemd heeft en dat zij aan Sander de som van dezelfde getallen genoemd heeft.

Het volgende gesprek ontwikkelt zich tussen Eva en Sander:

Eva: ik weet niet welke twee getallen het zijn.
Sander: ik weet niet welke twee getallen het zijn.
Eva: ik weet niet welke twee getallen het zijn.
Sander: ik weet niet welke twee getallen het zijn.
Eva: ik weet niet welke twee getallen het zijn.
Sander: ik weet niet welke twee getallen het zijn.
Eva: nu weet ik welke twee getallen het zijn.

Vraag: Welke twee getallen zijn het?

Hint: je mag natuurlijk veronderstellen dat $a \geq b$. De bijgevoegde tabellen kunnen handig zijn.

SOM-TABEL						
	1	2	3	4	5	6
1	2					
2	3	4				
3	4	5	6			
4	5	6	7	8		
5	6	7	8	9	10	
6	7	8	9	10	11	12
7	8	9	10	11	12	13
8	9	10	11	12	13	14
9	10	11	12	13	14	15
10	11	12	13	14	15	16
11	12	13	14	15	16	17
12	13	14	15	16	17	18
13	14	15	16	17	18	19
14	15	16	17	18	19	20
15	16	17	18	19	20	21

KWADRAATSOM-TABEL						
	1	2	3	4	5	6
1	2					
2	5	8				
3	10	13	18			
4	17	20	25	32		
5	26	29	34	41	50	
6	37	40	45	52	61	72
7	50	53	58	65	74	85
8	65	68	73	80	89	100
9	82	85	90	97	106	117
10	101	104	109	116	125	136
11	122	125	130	137	146	157
12	145	148	153	160	169	180
13	170	173	178	185	194	205
14	197	200	205	212	221	232
15	226	229	234	241	250	261

Figuur 4: fragmenten van de bij opgave 4 gevoegde tabellen

Opgave 5: een triël

Drie heren, A, B en C, hebben onderling onenigheid en besluiten de zaak te beslechten door in driehoeksvorm te gaan duelleren. Wanneer A op iemand schiet, is zijn trefkans 1. Voor B en C zijn de trefkansen respectievelijk 0.8 en 0.6. Munitie is in overvloed aanwezig maar er wordt altijd maar één schot tegelijk gelost. De heren dienen zich verder aan de volgende regels te houden:

1 Iedereen mag beginnen. Indien twee of drie personen tegelijk willen beginnen, gaan we ervan uit dat ieder van hen met gelijke kans het eerste schot lost.

2 Zodra eenmaal een schot gevallen is, wordt er verder om de beurt geschoten. Daarbij is diegene aan de beurt die zojuist een aanslag overleefd heeft, en anders diegene die zojuist niet geschoten heeft.

3 Het triël stopt zodra twee heren het loodje gelegd hebben.

Vraag: Wie heeft de grootste overlevingskans en hoe zal het triël zich afspelen?

De uitwerkingen

1: het kleuringsprobleem

Deze opgave bleek de eenvoudigste. Het gestelde probleem is een speciaal geval van het algemene geval dat pas door gebruik van computers kon worden opgelost. Zowel dit probleem als het volgende is goed door een graaf te representeren. De leerlingen redeneerden in beide gevallen aan de hand van het concrete probleem. 16 groepjes kwamen op het vereiste aantal van vier kleuren en lieten - meestal aan de hand van de vlakken in het midden - zien dat het met minder niet gaat. Vier groepen vonden wel het aantal maar konden het bewijs niet leveren; twee groepen hadden vijf kleuren nodig.

2: een roosterprobleem

In tegenstelling tot het vorige probleem werkt een globale aanpak bij dit probleem beter dan een lokale. Zes groepjes hanteerden een globale aanpak: ze koppelden zo veel mogelijk leraar/klas-paren aan een eerste uur, vervolgens aan een tweede, enzovoort. Zo vonden ze een minimale oplossing met acht uren. De overige 12 groepjes pakten het probleem lokaal aan. Ze begonnen vanaf het begin uren in te vullen en werkten zo de tabel tot het eind door. Van deze groepjes vonden slechts twee een minimale oplossing met acht uren; vijf kwamen er uit met negen uren en drie met tien; twee groepjes kwamen er helemaal niet uit.

3: land verdelen

Vrijwel alle groepjes kwamen op de juiste antwoorden bij de eerste vraag, hoewel de berekeningen vaak slordig waren genoteerd. De helft vond de oplossing van de tweede vraag met een verdeling lijkend op voorbeeld c, maar dan met een vierkant in het midden met de punt omlaag. Deze oplossing wordt ook verkregen door het kleine vierkant in voorbeeld b te draaien. Verder waren er verschillende constructies uitgaande van cirkelbogen om hoekpunten. (Een interessante vraag naar aanleiding van deze opgave is of de aangegeven oplossing de beste is.)

4: een weet/weet-niet spel

Een oefening in logisch denken. Het kost tijd de tekst van de opgave te begrijpen. De moeilijkste stap is dan, dat uit Eva's uitspraak de conclusie moet worden getrokken dat alle getallenparen die volgens de tabel een unieke kwadratensom hebben, afvallen. 13 groepjes voltooiden deze stap en vonden dan ook meestal – na systematisch afwerken van de volgende stappen – de oplossing (9, 8). Een vijftal groepjes wist de tabellen niet goed te gebruiken. Soms werd slechts in het wilde weg wat opgeschreven, bijvoorbeeld $a + b \leq a^2+b^2$.

5: een triël

Deze opgave bleek de moeilijkste. Niet alle deelnemers hadden al voldoende kansrekening gehad. De volgende hint werd nog mondeling aan alle groepjes meegegeven: ‘Bekijk eerst de situaties wanneer er twee personen zijn.’ Het moeilijkste geval is dan dat van het tweetal B en C, waarbij in principe een oneindige reeks van wisselende missers kan ontstaan. Er kunnen dan wel twee vergelijkingen worden opgesteld die het geval beschrijven:
$p(B) = 0.8 + 0.2 \times q(B)$ en $q(B) = 0.4 \times p(B)$
waarbij p(B) staat voor de overlevingskans voor B wanneer hij eerst schiet en q(B) voor die kans met C eerst. Van daaruit kan de driepersoons situatie worden bekeken. Slechts één groepje vond het juiste antwoord C inclusief zijn overlevingskans van ongeveer 0.62 via een berekening.
Een drietal groepjes kwam op het antwoord C door de volgende globale redenering: ieder is gebaat bij het uitschakelen van de sterkste tegenstander(s). A zal dus op B schieten en B op A. C laat in het begin liever de anderen schieten.

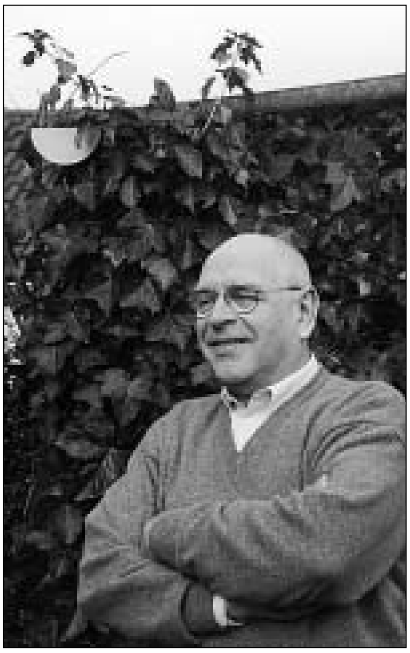
INTERVIEW

Interview met een erelid: Felix Gaillard

Martinus van Hoorn en Ynske Schuringa

In november 1995 heeft **Felix Gaillard** voor het laatst de Jaarvergadering annex Studiedag van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren georganiseerd. Daarmee heeft hij, op zijn 66ste, een punt gezet achter een breed scala aan activiteiten voor de Vereniging.
Enigszins weemoedig stemt dit hem wel. Bij het weggaan, nadat we bij hem thuis dit interview hebben afgenomen, mogen we nog een keer het voormalige zenuwcentrum van de Vereniging betreden. Dáár, in de kamer recht boven zijn huiskamer, was gedurende vele jaren de ledenadministratie van de Vereniging gehuisvest.
Daar werden de gespreksleiders (wel 70 tot 80 gespreksleiders) en de lokaliteiten voor de examenbesprekingen besproken.
Daar werden de Regionale bijeenkomsten georganiseerd.
En de Jaarvergadering annex Studiedag werd er eveneens georganiseerd. Nauwkeurig werd ook bijgehouden wie er kwam, wie er betaald had, wie…, enfin, Felix zorgde dat aan alles gedacht werd.
Hij dàcht zelf aan alles.
Nou ja, dat erelidmaatschap, dat hadden anderen geregeld.

We zouden haast vergeten dat Felix wel degelijk wiskundeleraar is geweest.



Hoe ben je wiskundeleraar geworden? Wilde je dat altijd al?
Nee hoor, ik had zelf gedacht om geschiedenis te studeren. Maar na de Hbs in Bergen op Zoom ben ik naar de Kweekschool te Oudenbosch gegaan. Je kon op die manier leraar worden, en dan hoefde je niet naar Indië.
Ik heb daar ook de hoofdakte gehaald. En in Dongen ben ik de C-cursus wiskunde gaan volgen. Ik hoorde daarvan. Men had elk jaar weer het probleem om de cursus vol te krijgen. Zo werd ik bevoegd voor het vak wiskunde.

Je bent leraar in Breda geweest?
Ik begon in Vlissingen, op een lagere school. Daarna kwam ik in Goes. In 1953, vlak voor de Watersnood, kwam ik in Breda aan een lagere school. Na een tijdje kwam daar de Avondschool in Oosterhout bij, waar ik Nederlands, wiskunde en natuurkunde gaf. Daarbij werd ik ook leraar aan de LTS in Oosterhout.
In 1961 werd in Breda een nieuwe LTS opgericht, en daar ben ik leraar geworden. Ik gaf er alleen wiskunde. We hadden als school al gauw een goede naam, en dus over het aantal leerlingen niet te klagen. Ik kreeg de besten, de leerlingen met elektrotechniek, dat waren er nogal wat. Ik had nauwelijks 1e klassen, wel steeds doorstromers naar de MTS, leerlingen die het vak op C-niveau deden.
De selectie voor de opleidingen elektrotechniek en autotechniek was streng, er werd gekeken naar de cijfers op de exacte vakken.
Ook werden nog leerlingen op grond van hun ijver toegelaten tot deze opleidingen. Die hadden dan geen 7 gehaald. Heel vaak waren deze leerlingen op den duur beter, onder andere op de MTS.
De motivatie van de leerlingen was in het algemeen goed. Daar hadden we niet over te klagen. Vooral de motivatie voor algebra was belangrijk. Algebra was immers belangrijker dan meetkunde.
De LTS'ers waren op de MTS in het algemeen beter dan de Mavo'ers; die stonden toch wel een beetje bezijden de werkelijkheid. Hun vooropleiding was niet toegespitst op het technisch onderwijs.

Je hebt je toch ook landelijk ingezet voor het wiskunde-onderwijs in het LTO?
In 1968 kwam er een nieuw programma op de mavo's, de moderne

Felix aan het werk met de ledenadministratie

wiskunde van 1968. (Voor 1968 had je Mulo-scholen, die werden omgezet in Mavo's.) Het nieuwe programma ging niet gelden voor de LTS'en, die bleven buiten spel. Dat begreep ik niet.
Ik kwam in contact met het IOWO (Edu Wijdeveld). Op school voerde ik vernieuwingen in.
Ik had eerst zelf een kadercursus voor docenten van het IOWO gevolgd. Daarna heb ik driemaal zelf zo'n kadercursus gegeven, in Rotterdam, dat was tegelijk heel belastend en heel plezierig. Aan het eind nodigde inspecteur Schmidt me uit zitting te nemen in de CMLW. (CMLW = Commissie Modernisering Leerplan Wiskunde.) Daar leerde ik heel veel. Je stond daardoor stukken sterker.
Nadat ik in 1970 lid was geworden van de Vereniging heb ik de eerste zgn. A-cursus gevolgd. Dat was een cursus van de Vereniging, *die gegeven werd door Joop van Dormolen en Harrie Broekman. Ik heb ze per brief bedankt voor de goede cursus. Later heb ik alle Verenigingscursussen gevolgd, dat waren de B-, C- en D-cursussen die samen met het IOWO waren opgezet.*

En toen ben je in het bestuur van de Vereniging gekomen?
Ik had aldoor een positief gevoel gehad voor de Vereniging. Bert van Beek en Nico Zimmerman zochten me aan als bestuurslid. Het bestuur bleek een heel leuke en goede club. Ik ontmoette er mensen die heel goede vrienden zijn geworden, zoals Jan Maassen en Piet Vredenduin.
Van Joop van Dormolen nam ik de ledenadministratie en het penningmeesterschap over. In grote Rollodex-bakken — die bakken hadden ƒ 3.000,– gekost — zat de hele ledenadministratie. Op de kaartjes waren ruitertjes bevestigd.
Later heb ik dat helemaal geautomatiseerd. Ik heb wel eens een hele morgen met Word Perfect getelefoneerd. En, van het een komt het ander, ik heb ook nog in het hoofdbestuur van de Hobby Computer Club gezeten. Door je eigen nieuwsgierigheid, of leergierigheid, gaan die dingen vanzelf.

En daar zijn de andere activiteiten voor de Vereniging bij gekomen?
Aanvankelijk had ik al wel de examenbesprekingen voor LTO-C georganiseerd. Dit was toen gelijk aan Mavo-C, maar nog niet gelijk aan het C-niveau voor de andere vormen van LBO. Leen Bozuwa deed de andere examenbesprekingen, en ik nam dat van hem over.
Daarna kwamen de organisatie van de Jaarvergadering en de organisatie van de Regionale bijeenkomsten.
Dit alles inclusief het verzorgen van publicatie in Euclides.
Ik deed het met plezier, hoor. En voor de werkgroep Vrouwen & Wiskunde heb ik ook zo het een en ander gedaan.

Wat blijft je van al je werk het beste bij?
Dat zijn de persoonlijke dingen. Die dingen organiseren, dat was natuurlijk veel werk, en je moest ook wel eens even aandringen. Maar dat liep, de mensen waren positief.

Persoonlijke dingen waren er altijd, zoals mensen die je bedanken voor iets, of die een vraag stellen omdat ze denken dat jij het weet - en als je het weet is het mooi als je ze kunt helpen. Nog veel persoonlijker kon het worden in sommige brieven en telefoontjes. Mensen die een ernstige ziekte hadden en daarom het lidmaatschap opzegden. Dat waren dingen die ik moeilijk vond om goed af te werken. Zulke dingen onthield je ook. Tegelijk was het een stimulans dat je nog iets kon doen. Het blijft je bij.
Zo'n ledenadministratie is niet zo onpersoonlijk als veel mensen schijnen te denken.

Je hebt nu dus eindelijk rust, eindelijk tijd voor je vrouw Jo (die je altijd enorm heeft meegeholpen) en voor de kinderen en kleinkinderen?
Ik heb nu mijn oude liefde opgepakt, geschiedenis. Dat doe ik bij de Open Universiteit. Het heet eigenlijk Cultuurwetenschappen. In het gebouw van de Open Universiteit volg ik daarnaast HOVO, Hoger Onderwijs Voor Ouderen, dat opgezet is door de Katholieke Universiteit Brabant en de Hogeschool Katholieke Leergangen in Tilburg gezamenlijk. We leerden het vorige seizoen over de geschiedenis van de Verenigde Staten, en we leren nu over de geschiedenis van Rusland.
Je zult het niet geloven, maar ik ben inmiddels secretaris-penningmeester van een vereniging van HOVO-cursisten.
Je vindt heel weinig mensen die dat willen doen.

Ons slotwoord: je vindt heel weinig mensen zoals Felix!

40 jaar geleden

1009
$3x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 1$ en $2x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 2x + 1$ hebben een factor gemeen. Bepaal deze factor.
Als $3x^3 - x^2 + bx + a$ door deze factor deelbaar is, bepaal dan b en a.

1010
Gegeven: $y = {}^2\log \dfrac{mx^2 - 3(m-1)x + 2(m-1)}{}$ (1)

a Voor welke waarden van m heeft y voor iedere waarde van x betekenis?
b Bewijs, dat voor de gevonden waarden van m de grafiek van (1) door twee vaste punten gaat en bepaal die punten.
c Teken de grafieken van

$$y = \frac{x^2}{x^2 - 3x + 3} \quad \text{en} \quad y = {}^2\log \frac{x^2}{x^2 - 3x + 3}$$

1011
Gegeven de meetkundige reeks $t_1, t_2, t_3, t_4, \ldots, t_{2n+1}$.
Het product van alle termen is 512, het product van de termen met oneven rangnummer is 32.

De logarithme van $\frac{1}{2}t_3$ voor het grondtal $\dfrac{t_3}{t_6}$ is gelijk aan

de logarithme van $\frac{1}{3}t_6$ voor het grondtal $\dfrac{t_6}{t_3}$.

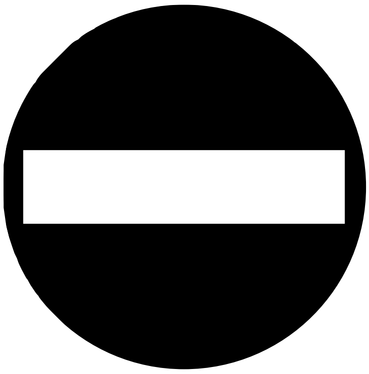
Bepaal de som van die reeks.
Als tussen elk tweetal opvolgende termen van deze reeks m termen worden geïnterpoleerd en de nieuwe reeks onbegrensd wordt voortgezet, is de limiet van de som van die nieuwe reeks $(3 + \sqrt{6})$ maal de eerste term. Bepaal m.

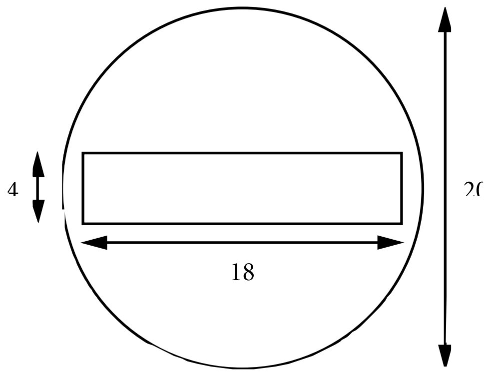
(ontleend aan het Examen Wiskunde BI, Indonesië, 1956)

Vraagstukken uit: Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde 43 (1955-1956).

Werkblad

Verkeersborden





Janneke maakt verkeersborden voor een verkeersspel. Hiernaast zie je een tekening van het bord voor 'eenrichtingsverkeer'. Daaronder staat de tekening met de maten die voor het spel gebruikt worden.

Janneke snijdt cirkels met een diameter van 20 cm uit rood karton.

16 Hoeveel cm^2 is de oppervlakte van zo'n kartonnen cirkel?

De vellen rood karton waar Janneke mee werkt zijn rechthoekig. Ze zijn 54 cm lang en 40 cm breed.

17 Hoeveel verkeersborden gaan er uit één vel karton? De cirkels mogen niet in stukken verdeeld worden. Maak een tekening.

Op het bord voor eenrichtingsverkeer moet een witte rechthoek worden geplakt van 4 × 18 cm. De witte rechthoek moet goed in het midden van de cirkel komen.
Het middelpunt van de cirkels had Janneke bij het tekenen al op het karton aangegeven.

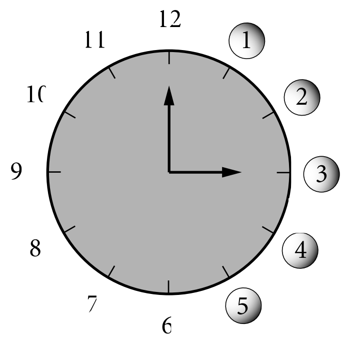
18 Leg uit hoe Janneke volgens jou de rechthoek precies op de goede plaats kan krijgen.

Uit: experimenteel examen vbo-B, 1995

Werkblad

Telefoon

In een fabriekshal is het nogal lawaaiig. Om werknemers te waarschuwen dat er telefoon voor ze is, gebruikt men lichtjes onder de cijfers 1 tot en met 5 van de klok. Zie de figuur hiernaast.



Als Martin aan de telefoon moet komen, worden op de klok de cijfers 3 en 5 tegelijk verlicht. Hij heeft code 3-5.

19 Kan iemand anders als code 5-3 hebben? Leg je antwoord uit.

Chefs hebben een code met één cijfer. De andere werknemers hebben een code met twee cijfers.

20 Schrijf alle verschillende codes op die met dit systeem mogelijk zijn.

Telefoongids

In heel Nederland worden ongeveer $5\frac{1}{2}$ miljoen telefoongidsen vervangen.
Zwolle heeft ongeveer 100.000 inwoners.

Een kranteberichtː

De nieuwe telefoongidsen worden binnenkort door de PTT bezorgd. Maar wat gebeurt er nu met de oude? Gaan die bij het oud papier?
Dat kost de gemeente nogal wat geld!

21 Maak een schatting van het aantal telefoongidsen dat de PTT in Zwolle bezorgt.

Oud papier wordt vaak door verenigingen opgehaald. Een telefoongids weegt gemiddeld zo ongeveer een kilo. Gemeenten betalen *ƒ* 0,07 per kilo oud papier.

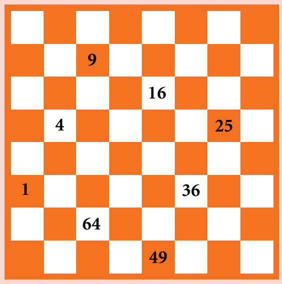
22 Hoeveel geld moet er door alle gemeenten samen betaald worden als de oude telefoongidsen allemaal worden opgehaald?

Uit: experimenteel examen vbo-B, 1995.

Recreatie

Opgave 671

De ‘British Chess Problem Society’ gaf al een tijdje het tijdschrift ‘The Problemist’ uit, toen op 1 augustus 1930 het eerste nummer verscheen van ‘Fairy Chess Supplement’, een bijlage van slechts vier bladzijden.
T.R. Dawson was de redacteur tot zijn dood op 16 december 1951. Om de twee maanden verscheen deze bijlage. Volume 1 beslaat de eerste 18 afleveringen van augustus 1930 t/m juni 1933. De onderwerpen gaan niet alleen over schaken (in de ruimste zin des woords), maar ook woordproblemen, wiskundige problemen en ‘dissections’ komen aan de orde. Voor de geschiedenis van de polyomino's is dit een belangrijk tijdschrift. In december 1934 verschijnt opgave 1597: H.D. Benjamin, Calcutta vraagt zich af of een 15×14 rechthoek te vullen is met de 35 verschillende hexomino's. In februari 1935 bewijst Dr. F. Kadner dat dit onmogelijk is. In hetzelfde nummer verschijnen de opgaven 1679, 1680 en 1681. Hierin beweert W.E. Lester dat hij een 15×4 rechthoek, een 12×5 rechthoek en een 10×6 rechthoek kan vullen met de 12 pentomino's. Pas in juni 1935 verschijnt de 3×20 rechthoek.



Vanaf vol.3 no.1 augustus 1936 heet dit tijdschrift ‘The Fairy Chess Review’. Tot en met het laatste nummer, vol.9 no.21 april 1958, zijn er veel artikelen verschenen en in totaal 10970 opgaven. Tientallen paardesprongen zijn er in de loop der jaren gepubliceerd. Als vakantie-opgave deze keer twee gesloten paardesprongen voor maximaal 5 punten, als u binnen 2 maanden inzendt. Bij de getallenpaardesprong moeten de getallen 1 t/m 64 worden ingevuld, zodanig dat de kwadraten in een vierkant staan. Bij de letterpaardesprong moeten de letters ABC … YZ&AB … Z&AB … IJ worden ingevuld. (& wordt hier als letter beschouwd.) De paardesprong is gesloten en u leest dan:
I THANK YOU, G.

Tien extra bonuspunten voor degene die met een letterpaardesprong netjes EUCLIDES op het bord krijgt. Graag een gesloten paardesprong, dus op de laatste J volgt de eerste A.

Oplossingen, nieuwe opgaven en correspondentie over deze rubriek aan
Jan de Geus
Valkenboslaan 262-A, 2563 EB Den Haag.

Recreatie

Oplossing 668

De opgave uit de 5e Universitaire Wiskunde Competitie viel in de smaak: verschillende nieuwe deelnemers aan de ladderwedstrijd. Er moest bewezen worden dat in elke driehoek ABC geldt:
$a^2\cot\alpha + b^2\cot\beta + c^2\cot\gamma = 4S$
waarbij S de oppervlakte is.
Door de kleine beschikbare ruimte moet ik een keuze maken uit de vele verschillende oplossingsmethoden.
Teken een scherphoekige driehoek ABC met de omgeschreven cirkel (M,R). Dan is de omtrekshoek BAC gelijk aan α en de middelpuntshoek BMC gelijk aan 2α.

opp. $\Delta BMC = \frac{1}{2}\cdot MB \cdot BC \cdot \sin \angle BMC =$

$\frac{1}{2}R^2 \cdot \sin 2\alpha = \frac{1}{2}R^2 \cdot 2\sin\alpha\cos\alpha =$

$(R\sin\alpha)^2 \cdot \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{1}{4}a^2\cot\alpha$, want ΔBMC is gelijkbenig!

We zien nu:
opp. $\Delta ABC = \frac{1}{4}a^2\cot\alpha + \frac{1}{4}b^2\cot\beta + \frac{1}{4}c^2\cot\gamma$.
Als ΔABC stomphoekig is, dan moeten we het bewijs iets aanpassen. Ook dan klopt de stelling.
Heel anders gaat het volgende bewijs:

cosinusregel: $ab\cos\gamma = \dfrac{a^2+b^2-c^2}{2}$

oppervlakteformule: $ab\sin\gamma = 2S$

Delen levert op: $\cot\gamma = \dfrac{a^2+b^2-c^2}{4S}$

Door cyclische verwisseling vinden we $\cot\alpha$ en $\cot\beta$
Gebruik nu de oppervlakteformule van Heron:

$S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, waarbij $s = \frac{1}{2}(a+b+c)$.
Oftewel:
$16\,S^2 = (a+b+c)(-a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)$
Met deze twee resultaten en veel algebra kunnen we eenvoudig de stelling bewijzen. Dank voor al uw mooie bewijzen en commentaren. Heel leerzaam waren de vele verschillende bewijzen van *Lourens van den Brom* (29 punten), Krommenie en van *Menno van Steenis* (5 punten), Roden. Aardig is nog het volgende: de snelste twee inzenders zijn al jaren gepensioneerd. Hun commentaar was dan ook duidelijk: *Albert Koldijk* (22 punten), Hoogezand schrijft ‘Het had een opgave kunnen zijn van mijn eindexamen in 1934’. *Rolf Nihom* (36 punten), Den Haag schrijft ‘… en was recreatie 668 een heel gewoon routine-vraagstuk’.

Met 62 punten is winnaar van een boekenbon van *f* 25,–:

Wobien Doyer
Prinsenstraat 9
2316 HH Leiden

Hartelijk gefeliciteerd.

'U wil me geen rekenmachine lenen'

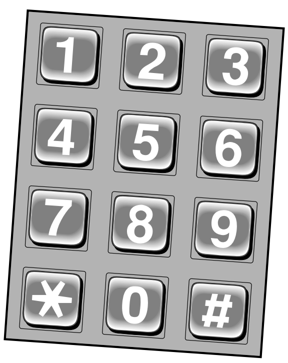
Wim Schaafsma

Soms heb je in een klas jongens die nooit, maar dan ook nooit, iets bij zich hebben: geen boek, ruitjesschrift, potlood, rekenmachine of geo-driehoek. Het zijn van die fladderaars die voor alle vakken één schrift hebben, bij hun buurman in het boek meekijken en her en der hun materialen lenen. Ze maken geen huiswerk, maar halen wel redelijke resultaten. Soms een 9, dan een 5, dan weer een zesje. Vaak zijn het zelfs aardige jongens, die in de les actief meedoen en ook nog weleens met creatieve ideeën komen. Kortom een ramp voor de wiskundeleraar. Of niet dan?

Het is donderdag het zesde uur. Mavo-3A komt enigszins nerveus binnen, ze hebben een repetitie meetkunde over berekeningen in de meetkunde: een bloedmoeilijke repetitie. ‘Meneer, mag ik uw rekenmachine lenen ? De mijne is gestolen.’ Een jongen van bovenbeschreven kaliber staat met onschuldige bruine ogen, zijn hoofd afgewend, een kop groter dan ik, naast me. ‘Nee,’ beslis ik, ‘je moet zelf voor je spullen zorgen, dat weet je. Je krijgt een minuut de tijd om een rekenmachine op de gang te lenen.’ Mokkend gaat Wilson, want zo heet hij, naar de gang.

Soms heb je in een klas een meisje dat altijd, maar dan ook altijd, al haar spullen bij zich heeft. Ze heeft naast de basisspullen ook een schaar, een lijmstift, plakband, kleurtjes: alles. Ze probeert altijd in net handschrift haar huiswerk te maken, meestal werkt ze vooruit. En helaas maakt ze daardoor zelfs sommen die de klas niet hoeft te doen. Een ijverig meisje, we noemen haar meestal ‘een trouw meisje’. Op een repetitie haalt ze in de eerste twee klassen mooie cijfers, maar in de derde klas gaat het langzamerhand fout: eerst een zeventje, daarna vijfjes… Jeanine ziet er welverzorgd uit, en heeft een heleboel vlechtjes.

Lange Wilson komt met zijn grote sportschoenen triomfantelijk klossend het noodlokaal binnen, samen met Jeanine: ‘Ik heb d'r een.’ Met een verlegen gezicht vraagt Jeanine me: ‘Meneer mag ik uw rekenmachine lenen? Ik heb de mijne thuis op m'n bureau laten liggen.’
‘Oh, nee,’ beslist Wilson voor ik iets kan zeggen, ‘je moet zelf voor je spullen zorgen, zeker bij repetities. Hoe vaak heeft meneer dat nou al niet gezegd? Dat weet je toch?’
Achter Wilson en Jeanine staan nog twee leerlingen te wachten, ik vermoed meer rekenmachine-problemen… Feitelijk kan ik eigenlijk niks anders doen dan Wilson gelijk geven.
Maar ja, wat moet ik nou met die repetitie van dat welverzorgde meisje met die duizend vlechtjes? Ze schrijft: ‘Ik weet hoe het moet, maar u wil me geen rekenmachine lenen.’



Je moet je spullen voor elkaar hebben, dat moet je later in een bedrijf ook.
‘Oh, nee hoor,’ zegt Wilson, ‘daar zorgt mijn baas dan wel voor…’

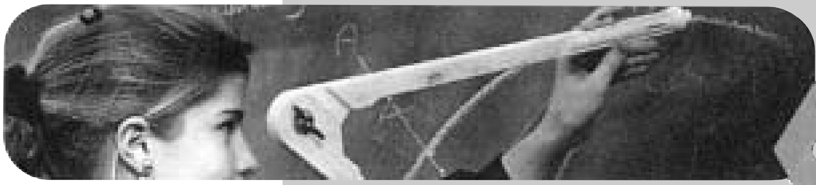
▼ Vervolg van pag.273

worden? Welke criteria zijn er om te beoordelen of iets gebruikerswiskunde is? De bestaande expertwiskunde kan daarvoor niet in aanmerking komen. En omdat er per definitie niet één gebruikerswiskunde is – er zijn er evenveel als gebruikers, lijkt mij dit niet onbelangrijk.
En ten slotte. Leerlingen die in de brugklas komen, en met hen de hele samenleving, beschouwen het rekenen dat ze geleerd hebben als een noodzakelijk, effectief en efficiënt hulpmiddel in het maatschappelijk verkeer. Het heeft dus een zeker ‘nuttigheidsaspect’. Wiskunde is deels de natuurlijke opvolger van dit rekenen. Moet wiskunde dan ook niet aan dit nuttigheidsaspect voldoen? Al is het maar voor een deel. Is daarom een zekere expertwiskunde niet onontbeerlijk?

Bert Zwaneveld

Pas verschenen:
videopakket KIES KIES

Leerlingen hebben vaak weinig zicht op de beroepsmogelijkheden met exacte vakken. In de basisvorming en de nieuwe bovenbouwprogramma's is een verschuiving te zien waarbij vakdocenten een deel van de beroepenoriëntatie op zich moeten gaan nemen. Met deze video (totale lengte 35 minuten) haalt u een beroepsbeoefenaar in de klas zonder dat u daarvoor de deur uit hoeft. De filmpjes van **KIES KIES** laten vijf maal een beroepsbeoefenaar zien in de uitvoering van haar beroep. De vijf beroepen zijn achtereenvolgens: *bouwcoördinator, electrotechnisch ingenieur, opticiën, pr-functionaris* en *technisch rechercheur*.
In de bijbehorende teksten vindt u o.a. informatie over het beroep, de kerndoelen waar de film bij aansluit en opdrachten voor de leerlingen.



Het totale pakket is te bestelllen bij het Centrum VeEX voor de prijs van ƒ 50,– exclusief verzendkosten.

Adres:
Postbus 85475
3508 AL Utrecht.

Telefonisch bestellen kan ook op maandag, dinsdag en donderdag op nummer 030-2856746